Les origines de la Géométrie Analytique

par A. GLODEN.

I. Géométrie Analytique plane.

On sait généralement que l'invention de la géométrie analytique plane est due à DESCARTES et qu'il l'a publiée dans sa «Géométrie» en 1637. Marino GHETALDI de Raguse (1566-1627) expose dans un ouvrage posthume publié en 1630 et intitulé «De resolutione et compositione matematica» une méthode se rapprochant davantage que les travaux analogues de GIRARD, van SCHOOTEN et de SLUSE de la nouvelle discipline qu'il était réservé à Descartes de découvrir. Ce dernier n'a d'ailleurs pas introduit la désignation adoptée universellement aujourd'hui. On appellait la nouvelle science longtemps «Algèbre appliquée à la géométrie». Le terme de géométrie analytique a été employé pour la première fois dans l'excellent «Traité de Mathématiques» (1798-99) par S. F. LACROIX. L'ouvrage de Descartes ne constitue d'ailleurs pas un cours de géométrie analytique, l'auteur s'y borne à donner les principes de la nouvelle science. Les termes d'abscisse et d'ordonnée sont dus à Leibniz qui les a désignées en 1692 sous le vocable de coordonnées.

On ne s'attend pas, évidemment, à voir Descartes appliquer sa méthode aux espaces n-dimensionnels, mais on est surpris de n'y trouver que de brèves indications concernant la géométrie de l'espace. Il s'occupe des courbes gauches et les étudie à l'aide de leurs projections sur deux plans orthogonaux. Les surfaces n'attirent pas son attention. Il est donc exagéré de prétendre, comme l'ont fait certains auteurs, que Descartes est l'inventeur de la géométrie analytique à trois dimensions.

II. Travaux de FERMAT et de WALLIS sur les surfaces effectués sans utiliser des coordonnées.

FERMAT, à qui l'on attribue une grande part dans l'invention de la géométrie analytique, a fait faire des progrès sensibles à la théorie des surfaces et qui n'ont probablement pas

été sans influence sur le développement de la géométrie analytique. TANNERY et HENRY, qui, à ma connaissance, ont publié pour la première fois en 1891 son manuscrit «Ad locos ad superficiem isagoge», écrivent en bas de la page III:

«Fermat, dont le point de départ est le livre d'Archimède «De conoidibus et spheroidibus» a bien reconnu la nécessité de généraliser la notion de la surface cylindrique, ainsi que celle des conoïdes (paraboloïdes elliptiques et hyperboloïdes à deux nappes) et des spéroïdes (ellipsoïdes) d'Archimède, qui n'avait traité que les surfaces de révolution. Mais il n'a pas soupçonné l'existence du paraboloïde hyperbolique, ni l'hyperboloïde à une nappe». Fermat a donc trouvé des quadriques qui ne sont pas des surfaces de révolution. Wallis a étudié les quadriques dans son «Tractatus de sectionibus conicis», Oxford, 1655.

III. La Géométrie Analytique de l'espace.

L'application des coordonnées spatiales à la représentation d'une surface est faite pour la première fois par Antoine PARENT (1606-1716), mais c'est Alexis CLAIRAUT (1713-1765) qui a employé en 1731 les coordonnées dans l'espace d'une façon systématique. Parent eût pu découvrir la Géométrie analytique de l'espace; il définit bien un point par ses trois coordonnées, mais n'exploite pas son idée. Le mémoire de Parent s'intitule: «Des affections des superficies». Le terme d'affection est employé ici dans le sens d'équation. Il étudie les surfaces en résolvant par exemple le problème général de déterminer le plan tangent en un point d'une surface. Il résout également d'autres problèmes pour des surfaces particulières.

Clairaut a appliqué les coordonnées de l'espace surtout à l'étude des courbes gauches. Il opère exactement avec les coordonnées cartésiennes comme l'avait fait avant lui Parent, sans toutefois le mentionner. Il a donné le théorème que toute équation renfermant trois coordonnées est une surface. Il démontre ensuite que toute équation du premier degré représente un plan. Il développe la formule donnant le carré de la distance de deux points. Il indique encore le procédé de trouver l'équation d'un cône ayant pour base une courbe plane et montre comment on peut déterminer, si l'on connaît les équations de deux surfaces, l'équation de la projection de la courbe d'intersection sur l'un des plans coordonnés. Les autres recherches où il utilise les coordonnées concernent les courbes gauches.

L'ouvrage de Jakob HERRMANN, publié en 1732-1733 traite des surfaces en se servant des coordonnées tout comme Parent mais sans le citer. Hermann étudie le plan et des surfaces du second ordre. Des études sur les quadriques ont été faites après lui en 1748 par L. EULER qui donna en même temps un exposé d'ensemble des résultats obtenus en géométrie analytique jusqu'à cette époque.

Littérature consultée.

I) **Geschichte der Mathematik**

bis zum Ausgang des 18. Jahrhunderts
von Professor A. Sturm, Leipzig 1911.

II) **Perfectionnements, évolution, métamorphose du concept de coordonnées,**

par G. LORIA, professeur honoraire de l'Université de Gênes,

«Mathematica», XVIII pp. 125-145
XX pp. 1-22
XXI pp. 66-83.

III) **The Beginnings of Analytic Geometry in Three Dimensions,**

J. L. COOLIDGE, Harvard University.

«American Mathematical Monthly»,

Vol. 55, No 2, february 1948, pp. 76-86.

Luxembourg, le 20 novembre 1948.