SUR LE DERNIER THÉOREME DE FERMAT

PAR LE

C^te G. DE CHAMPEAUX,

A SAINT-PANTALÉON (SAÔNE-ET-LOIRE)

C'est l'impossibilité de trouver trois entiers positifs a, b, c tels que

$$a^n + b^n = c^n,$$

lorsque n désigne un entier supérieur à 2.

Ce théorème célèbre, qui n'a toujours pas été démontré dans toute sa généralité, a suscité de nombreuses recherches parmi lesquelles les plus belles sont celles du mathémacien KUMMER sur les idéaux.

Nous donnerons ici une nouvelle contribution à ce théorème, en supposeant dans ce qui suit, a, b, c sans diviseur commun et n entier, premier supérieur à 2.

En effet, si ce théorème était en défaut, les entiers permettraient :

$$a^n = (c-b)\left[(c-b)^{n-1} + nb(c-b)^{n-2} + \frac{n(n-1)}{2}b^2(c-b)^{n-3} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3.}b^3(c-b)^{n-4} + \ldots + \frac{n(n-1)}{2}b^{n-2}(c-b) + nb^{n-1}\right]$$

$$b^n = (c-a)\left[(c-a)^{n-1} + na(c-a)^{n-2} + \frac{n(n-1)}{2}a^2(c-a)^{n-3} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3.}a^3(c-a)^{n-4} + \ldots + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}(c-a) + na^{n-1}\right]$$

$$c^n = (a+b)\left[(a+b)^{n-1} - nb(a+b)^{n-2} + \frac{n(n-1)}{2}b^2(a+b)^{n-3} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3.}b^3(a+b)^{n-4} + \ldots - \frac{n(n-1)}{2}b^{n-2}(a+b) + nb^{n-1}\right]$$

dans lesquelles chaque polynôme entre crochets ne peut présenter que les aspects soit 1+ (entier multiple de n), soit au contraire n+ (entier multiple de n^2) parce que toutes combinaisons de n objets (n premier) sont multiples de n, alors que chaque puissance (n-1)ème d'un entier premier avec n est de forme 1 + (ent. mult. n) d'une part; tandis que d'autre part, a b c sont premiers deux à deux parce qu'ils sont sans diviseur commun dans ce théorème. Ce qui établit que le plus grand diviseur commun entre chaque polynôme dans les crochets et le terme immédiatement à sa gauche est n, s'il existe.

En conséquence, pour que a, b et c puissent être entiers, nous n'avons que trois hypothèses à examiner avec trois entiers A, B et Q premiers entre eux et premiers avec n, indépendants d'un autre entier g relatif aux deuxième et 3e hypothèses.

1ère hypothèse	2ème hypothèse	3ème hypothèse
$a+b=Q^n$	$a+b=Q^n$	$a+b=n^{gn-1}\,Q^n$
$c-a=B^n$	$c-a=n^{gn-1}\,B^n$	$c-a=B^n$
$c-b=A^n$	$c-b=A^n$	$c-b=A^n$

Là dessus intervient la certitude que toujours a + b — c = ABQR avec R désignant un entier multiple de n^2, grâce à trois entiers α β et γ qui expriment ce que nous avons vu.

$c = Q\ (1+n\gamma)$	$c=Q\ (1+n\gamma)$	$c=n^g(1+n\gamma)Q$
$b = B\ (1+n\beta)$	$b=n^g(1+n\beta)B$	$b=B\ (1+n\beta)$
$a = A\ (1+n\alpha)$	$a=A\ (1+n\alpha)$	$a=A\ (1+n\alpha)$
$Q^n-B^n-A^n=2(a+b-c)=2n^2ABQr$	$Q-n^{n\,gn-1\,n}B^n-A^n=2(a+b-c)=2n^gABQr$	$n^{gn-1}Q^n-B^n-A^n=2(a+b-c)=2n^gABQr$

Remplaçant R la lettre r désigne un entier qui serait toujours premier avec ABQr en possédant la propriété de pouvoir être multiple de n en première hypothèse, alors que dans les deux autres hypothèses r serait premier avec la puissance ng telle que g soit supérieur à 1.

Ici apparaît la propriété capitale: Si le Théorème était en défaut, *on pourrait toujours écrire les solutions selon l'une des trois hypothèses:*

$$\begin{cases} a = A^n + n^2\,A\,B\,Q\,r \\ b = B^n + n^2\,A\,B\,Q\,r \\ c = Q^n - n^2\,A\,B\,Q\,r \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} a = A^n + n^g\,A\,B\,Q\,r \\ b = n^{gn-1}\,B^n + n_g\,ABQr \\ c = Q^n - n_g\,A\,B\,Q\,r \end{cases} \right.$$

$$\begin{cases} a = A^n + n^g\,A\,B\,Q\,r \\ b = B^n + n\,A\,B\,Q\,r \\ c = n^{gn-1}\,Q^n - n_g\,A\,B\,Q\,r \end{cases}$$

Et nous montrerons qu'en n'importe qu'elle hypothèse il faudrait $a + b - c = (\text{mult. } n^c)$.

L'exposé en date du 12 mai 1953 dans les 3 hypothèses est réservé pour le Congrès de Luxembourg de l'AFAS (juillet 1953).