

ist, durch die Vergleichen vom 29. Juli und 5. August an diesem letzteren Abend zuerst der Verdacht auf Algeleigenschaft gefasst. Die ausserordentlich schlechte Witterung war die Ursache, dass erst am 10. und 11. September die Gewissheit erlangt wurde.

Es war ein glücklicher Umstand, dass die Postdamer Publication gerade in das Jahr 1894 fiel. Wäre sie 1892 und 1893 oder 1896 oder 1898 und 1899 erfolgt, so wäre wahrscheinlich der Stern noch nicht in dieser seiner Algoleigenschaft bekannt. Die Algolsterne, die diese Bezeichnung von dem

Hauptrepräsentanten dieser Gattung, dem Sterne β Persei, der den Namen Algol trägt, erhalten haben, zeigen über eine Zeit von meist mehreren Tagen constante Helligkeit und nehmen mit einem Male innerhalb weniger Stunden in ihrem Lichte ab, verweilen kürzer oder länger in einem kleinsten Lichte, Minimum geheissen, um dann in nahe gleicher Zeit wieder zur normalen constanten Helligkeit anzuwachsen. Wenn diese Lichtveränderung, wie das bei Z Herculis der Fall ist, in Zeiträumen stattfindet, die nahe ein ganzes Vielfaches von einem Tage betragen, so können diese Lichtänderungen Jahre lang in die Tageszeit fallen, in welcher der Stern nicht beobachtet werden kann, und der Stern zeigt zur Nachtzeit die gewöhnliche constante Helligkeit. So war es auch in den genannten Jahren bei Z Herculis. Wäre der Stern in einem dieser Jahre auf die Potsdamer Mittheilung hin auf Lichtwechsel geprüft worden, so würden die Beobachter, von denen wohl die meisten nur die ersten Abendstunden benützt und dann selbst die auf die Nacht fallenden, aber nach Mitternacht eingetretenen Lichtänderungen nicht bemerkt hätten, den Stern, wenn sie über ein und zwei Jahre lang keine Lichtänderung constatiren konnten, über den vielen anderen zu überwachenden Sternen wohl von ihrem Arbeitsprogramm abgesetzt oder wenigstens zurückgestellt, vielleicht sogar als unveränderlich angesehen haben. Aber selbst in einem Jahre, in dem die Lichtänderungen auf günstige Nachtstunden fallen, kann die Witterung es fügen, dass gerade die Nächte nur eine grössere Anzahl von Beobachtungsgelegenheiten darbieten, in denen der Stern seine normale Helligkeit zeigt, während die Lichtänderungen auf trübe Nächte fallen.

Ein solches Verhalten wenigstens für Bamberg fand auch im Jahre 1894 bei Z Herculis statt. Die Periode, in dem diese auffälligen Lichtänderungen eintreten, ist bei diesem Stern um 10 Minuten kürzer als 4 Tage, so dass in einem solchen für die Beobachtung günstigen Jahre der Stern in drei aufeinander folgenden Nächten normale Helligkeit und immer nur in der vierten die Lichtänderung zeigt. Der Umstand nun, dass die Anzahl der uns bekannten Sterne mit Algoleigenschaft noch eine sehr kleine ist und bis zum Jahre 1894 überhaupt erst 10 betrug, während wir $3\frac{1}{2}$ Hundert Sterne von gewöhnlichem, fast beständigen Lichtwechsel kennen, lässt die Wahr-

scheinlichkeit dafür, dass bei einem Sterne, für den der Verdacht der Lichtveränderlichkeit ausgesprochen ist, gerade Algoleigenschaft vorliege, stets sehr gering erscheinen und man pflegt daher bei der Prüfung eines als muthmasslich veränderlich angezeigten Sternes denselben nur in weiter auseinander liegenden Zeiten nachzusehen und die so gewonnenen Helligkeitsbestimmungen zur Grundlage für die Beurtheilung zu machen, ob der Stern den veränderlichen zuzuzählen ist. So kam es auch, dass in Bamberg der Stern nach dem 29. Mai erst wieder am 29. Juli — allerdings auch durch meine mehrwöchentliche Abwesenheit veranlasst — nachgesehen wurde. Glücklicherweise lag die erste Helligkeitsbestimmung am 29. Mai nur etwa 1 bis 2 Stunden vor der Zeit, in der der Stern sein kleinstes Licht erreicht hatte und unterschied sich daher wesentlich von der am 29. Juli erhaltenen, die, wie sich später zeigte, der gewöhnlichen constanten Helligkeit angehörte. Das konnte nun auch bei regelmässigem Lichtwechsel in Rücksicht auf die lange Zwischenzeit ganz gut der Fall sein. Jedenfalls war der Stern veränderlich und er wurde daher bei der ersten Gelegenheit am 5. August wieder nachgesehen. Der Stern war schwach, noch schwächer als am 29. Mai. Nun war, wenn auch noch immer der Typus von δ Cephei oder β Lyrae möglich war, die Algoleigenschaft sehr wahrscheinlich, aber der Himmel bezog sich unmittelbar nach dieser Beobachtung und erst am 31. August bot sich wieder eine Gelegenheit, den Stern zu beobachten. Seine Helligkeit war nicht so gross, wie am 29. Juli, aber auch nicht so gering, wie am 5. August. Bei der nächsten Gelegenheit am 10. September wurde die Gewissheit der Algoleigenschaft und eine genäherte Schätzung der Periode erhalten, aber baldige Bewölkung verhinderte die Festlegung der Zeit des kleinsten Lichtes, für das dann am Abend des 14. September eine gute Bestimmung aus abnehmendem und wachsendem Lichte erlangt wurde, nachdem schon am Morgen die Centralstelle in Kiel telegraphisch über die Algoleigenschaft und die Periode benachrichtigt worden war.

Die telegraphische Benachrichtigung war nothwendig, weil der Stern nur noch kurze Zeit in den Abendstunden beobachtet werden konnte, ferner schon bald sein kleinstes Licht für Mitteleuropa wenigstens auf die Dauer von zwei

Jahren in die Tageszeit hineinrückte und endlich die den Beobachtungen ungünstige Spätherbstzeit sich nahte. Sie erwies sich nicht nur in dieser Richtung als werthvoll, indem sie an anderen Orten noch Beobachtungen und Bestimmungen des kleinsten Lichtes veranlasste, sondern war auch wichtig geworden, weil die Erkenntniss der Algoleigenschaft zur gleichen Zeit wie in Bamberg Ende Juli und Anfangs August in Amerika durch Dr. S. C. Chandler gelungen war, der auf brieflichem Wege seine Entdeckung den Sternwarten in Potsdam und Upsala gemeldet, aber dadurch erst am 12. September zu deren Kenntniss gebracht hatte. Eine Bestimmung der genaueren Zeit des kleinsten Lichtes aus Abnahme und Zunahme war in Amerika überhaupt nicht gelungen, denn die Lichtänderungen waren nur bei zunehmendem Lichte beobachtet worden, weil die Lichtabnahme und das Minimum für dort schon in Tagesstunden und in der hellen Dämmerung stattfanden.

§ 2. Die Periode.

Bei den Untersuchungen über die Periode am 11. und 12. September bereitete die Beobachtung vom 31. August Schwierigkeiten, bei der um 11 h 55 m der Stern gleich $BD + 14,3378$ geschätzt wurde, während sein volles Licht diesen Vergleichstern um 0,2 m zu übertreffen pflegte. Diese Beobachtung deutete eine Lichtänderung in der Mitte der ermittelten Periode von 4 Tagen an. Der Abend des 12. September, der die Entscheidung hätte bringen können, hatte trüben Himmel. Es wurde aber vorsorglich am 15. September Morgens nach Kiel die Hälfte der Tags zuvor mitgetheilten Periode gemeldet und die entsprechende Ephemeride beigefügt, damit dem wahrscheinlichen Zwischenminimum Aufmerksamkeit gewidmet würde. Die nächste Gelegenheit, der Abend des 16. September, brachte ein neues Räthsel, indem der Stern nicht in Minimalhelligkeit und nicht in abnehmendem Lichte sondern schon bei Beginn der Nacht in aufsteigendem Lichte sich befand. Mit Beziehung auf dieses Ergebniss schrieb ich am 17. September an Professor Kreutz in Kiel: „Nun ersenne ich morgen eine helle Nacht, da die vergangene gezeigt hat, dass entweder das Minimum etwa um 6 Uhr eingetreten war oder nur ein secundäres, weniger tiefes Minimum stattgefunden hatte. Jedenfalls ist bei dem gestrigen Minimum der Verlauf

der Zunahme und die dabei erreichte Helligkeit verschieden von dem vorhergehenden Minimum, bei dem der Stern von der Grösse 8,4 m bis 7,4 m in 3 Stunden anwuchs, während gestern von 7 h 44 m bis 11 h 59 m nur ein Anwachsen von 7,5 m bis 7,32 m zu bemerken war und seine Maximalhelligkeit 7,2 m ist.“ Gleichzeitig bat ich die Centralstelle um telegraphische Benachrichtigung der östlicheren Sternwarten Madras, Kasan und Moskau, damit sie den Charakter dieses Zwischenminimum feststellen, über den wir uns in Deutschland vor Jahresfrist keinen Aufschluss selbst verschaffen können und legte in Briefen an die beiden letzteren Sternwarten den Sachverhalt noch eingehend dar. Die Witterung war leider in Madras sehr ungünstig und wird es wohl auch an den beiden anderen Orten gewesen sein, da keine Nachrichten eintrafen.

Zu den weiteren Untersuchungen über die Periode trug am 18. September Dr. Peter in Leipzig durch freundliche Mittheilung der Helligkeitsschätzungen von Dr. Engelmann werthvolles Material bei, der diesen Stern, welcher in den von der Sternwarte in Leipzig zur Beobachtung am Meridiankreis für das grossartige Unternehmen der astronomischen Gesellschaft übernommenen Zonen enthalten ist, am 30. Juni 1870 in der Helligkeit 7,0 m und am 14. Juli gleich 7,7 m beobachtet hatte. Die ersten Rechnungen schienen die erstere der beiden vorhin genannten Annahmen zu begünstigen und ich schrieb desshalb am 20. September (Astron. Nachr. 3253 pag. 205) nach Kiel, dass zwischen zwei nahe 4 Tage auseinander liegenden Hauptminimis ein Minimum liegt, das die Zwischenzeit im Verhältniss von 11 zu 13 ähnlich wie bei γ Cygni theilt, d. h. etwa 4 Stunden früher eintritt, als es eine gleichmässige Periode zwischen aufeinander folgenden Minimis verlangt. Der Abend des 20. September hatte in den ersten Stunden hellen Himmel und nun zeigte sich wieder, wie am 16. September, dass der Stern bei Eintritt der Dunkelheit um 6 h 46 m MZ schon an Licht zunahm und zwar nur wenig schwächer als $BD + 14,3378$ war, dem er um 7 h 56 m gleich wurde und bis 8 h 39 m gleich verblieb. Eintritt von Bewölkung verhinderte weitere Verfolgung. Am gleichen Abend beobachtete Dunér in Upsala auf die telegraphische Ankündigung hin das Zwischenminimum und constatirte, dass es ein secundäres, weit heller als das

Hauptminimum verlaufendes, aber doch auch verfrühtes Minimum ist und meldete dieses Ergebniss mit einer hypothetischen Erklärung der Ursachen telegraphisch am 21. September nach Kiel mit den Worten: „Der neue Veränderliche wahrscheinlich vom Typus Y Cygni mit ungleich hellen Componenten. Schwache und sehr helle Minima wechseln. Intervalle 47 und 49 Stunden.“

Diese Depesche hat später besonders bei dem amerikanischen Mitentdecker Dr. Chandler mancherlei Anlass zu Missverständnissen gegeben, indem ganz gegen Willen und Absicht von Dunér ihm die Entdeckung des Zwischenminimum zugeschrieben wurde. Der Kernpunkt und das Neue in seiner Depesche ist, wie Dunér in einem Artikel im *Astronomical Journal* 422 selbst sagt, „neben der Constatirung der grösseren Helligkeit des Zwischenminimum die Erklärung dieser Erscheinung durch die Annahme, dass Z Herculis aus 2 Componenten besteht von ungleicher Helligkeit, nicht wie Algol aus einem hellen und einem dunklen Körper und nicht wie Y Cygni aus zwei gleich grossen und gleich hellen Körpern. Z Herculis füllt also hienach eine bisher bestehende Lücke in den Erscheinungsformen dieser engen Doppelsterne aus.“

Nachdem noch bis zum Ende des Monats ziemlich gute Beobachtungen der Hauptminima aus ab- und zunehmendem Lichte erhalten und besonders die Art der Lichtcurve in nächster Nähe des kleinsten Lichtes einigermaßen sicher bekannt geworden war, so dass Lichtschätzungen in der Nähe eines Minimum aus älterer Zeit auf die Zeit der Mitte des Minimum reducirt werden konnten, leitete ich eine allen älteren Epochen so gut wie möglich sich anschliessende Periode ab, die in den *Astron. Nachrichten* Nr. 3260 mitgetheilt wurde. Diese Periode zwischen zwei Hauptminimis ergab sich zu 3 Tagen 23 Stunden 49 Minuten 32,7 Secunden und wurde als auf wenige Secunden genau geschätzt. Die von Dunér aus den Beobachtungen von 1894 bald darauf abgeleitete Periode wich eine ganze Minute ab, indem sie 3 Tage 23 Stunden 48 Minuten 29,7 Secunden betrug. Im Jahre 1897 konnte ich dann in den *Astron. Nachrichten* Nr. 3437 mittheilen, dass nach den im Juni und Juli desselben Jahres gemachten Beobachtungen die Minima fast genau zu den mit der ersteren Periode vorausgerechneten Zeiten eintreten, also die Periode wirklich jener Vermuthung entsprechend auf

wenige Secunden genau zu sein scheint. Ihre Gleichmässigkeit war im Jahre 1896 (A. J. 366) durch Beobachtungen in dem auf das Entdeckungsjahr folgenden Jahre von Herrn Yendell in Dorchester, Mass. in Frage gestellt worden. Für Amerika traten nämlich im Jahre 1895 von Mai bis September Hauptminima in den späten Abendstunden ein, deren Beobachtung durch ungünstiges Wetter nur am 30. Juli und an 4 Abenden des September möglich war. Während Yendell seine Minimumzeiten durch Einführung eines von der 3. Potenz der Epochenzahl abhängigen Gliedes mit meiner Periode in Uebereinstimmung zu bringen suchte, leitete Dunér aus diesen Bestimmungen eine Bestätigung für seine Periode ab, die für das Mittel der 5 Beobachtungen einen Fehler von nur 2 Minuten übrig liess. Aber im Jahre 1897 ergab die in den A. N. Nr. 3353 und A. J. 374 von Dunér mitgetheilte, mit dieser Periode berechnete Ephemeride die Lichtminima um $4\frac{1}{2}$ Stunden zu früh. Das bis jetzt über die Lichtveränderungen des Sterns vorliegende Beobachtungsmaterial spricht entschieden für die Gleichmässigkeit der Periode in kurzen und langen Zeiträumen; die im Widerspruche dazu stehenden Beobachtungen von Yendell aus dem Jahre 1895 müssen in ihrer Zuverlässigkeit aus mehreren Gründen angezweifelt werden und vorläufig, wie nach Besprechung der folgenden Tabelle noch näher dargelegt wird, ausser Betracht bleiben.

§. 3. Die Hauptminima.

Die Zusammenstellung aller bekannt gewordenen Bestimmungen für das kleinste Licht mit meinen eigenen Bestimmungen desselben und der aus den vereinzelten Lichtschätzungen in der Nähe des kleinsten Lichtes mit Hilfe der später zu besprechenden Lichtcurve ableitbaren Zeiten für die Mitte des kleinsten Lichtes scheint wenigstens diesen Beweis zu bieten. Ausgehend von der ersten aus Ab- und Zunahme bestimmten Epoche, die durch die Beobachtungen zu Bamberg vom 14. September gegeben ist und die den in der Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft mitgetheilten Ephemeriden zu Grunde liegt, erhält man mit meiner Periode von 3 d 23 h 49 m 32,7 s für diese Zeiten die in der Columnen R-B angeführten Abweichungen. Wenn die für die Epoche O angenommene, durch Zusammenziehung der ersten Minimumbestimmungen von 1894 erhaltene und von der Beobachtung um 7,2 Minuten abweichende Zeit um diesen Betrag verbessert

würde, dann würden in den übrig bleibenden Abweichungen auch mehr negative Vorzeichen auftreten. Die Vergleichung gestaltet sich so, wenn alle Bestimmungen auf die Sonne bezogen werden, zu welchem Zwecke die am Schlusse beigefügte, von Herrn Dr. Eberhard berechnete Tafel der Lichtgleichung benützt wurde:

Abgeleitete und beobachtete Zeiten des kleinsten Lichtes.

Epoche	MZ. Greenwich Rechnung						R-B	
— 4422	1870 Juli	14	11 h 37 m	10 h 18 m	— 1 h 19 m		Leipzig	
— 1500	1886 Juli	3	18	19	19	44	+ 1	25 Cambridge
— 1150	1888 Juni	1	13	6	13	15	+	9 Potsdam
— 538	1891 Oct.	6	7	45	7	55	+	10 "
— 524	1891 Nov.	3	6	32	6	42	+	10 "
— 54	1894 Mai	29	13	31	13	45	+	14 Bamberg
— 20	1894 Aug.	5	10	45	10	47	+	2 "
— 2	1894 Sept.	10	9	16	9	13	—	3 Bamberg
0	"	14	8	56	9	3	+	7 "
2	"	18	8	39	8	53	+	14 Leiden
2	"	18	8	39	8	53	+	14 Prag
2	"	18	8	44	8	53	+	9 Upsala
4	"	22	8	31	8	41	+	10 Leiden
6	"	26	8	30	8	25	—	5 Bamberg
8	"	30	8	21	8	21		0 "
8	"	30	7	58	8	21	+	23 Upsala
8	"	30	8	1	8	21	+	20 Warendorf
8	"	30	8	4	8	21	+	17 Pulkowo
10	Oct.	4	8	31	8	11	—	20 Upsala
14	"	12	7	51	7	49	—	2 "
14	"	12	7	47	7	49	+	2 Bamberg
18	"	20	6	46	7	29	+	43 Pulkowo
20	"	24	7	6	7	18	+	12 Upsala
24	Nov.	1	6	48	6	58	+	10 Bamberg
38	"	29	5	17	5	44	+	27 Upsala
158	1895 Juli	26	18	50	19	17	+	27 Cambridge
160	"	30	17	39	19	7	+ 1	28 Dorchester
178	Sept.	4	15	58	17	33	+ 1	35 "
180	"	8	15	14	17	23	+ 2	9 "
186	"	20	14	35	16	51	+ 2	17 "
188	"	24	14	11	16	41	+ 2	30 "
496	1897 Mai	31	13	44	13	50	+	6 Bamberg
498	Juni	4	13	38	13	40	+	2 "
502	"	12	13	16	13	19	+	3 "
512	Juli	2	12	25	12	27	+	2 "
516	"	10	12	11	12	6	—	5 "
538	Aug.	23	10	7	10	11	+	4 Upsala
556	Sept.	28	8	36:	8	37	+	1 Bamberg

Hier ist zunächst über die grosse für Pulkowo bestehende Abweichung bei Epoche + 18 zu bemerken, dass diese wie die Beobachtung der Epoche 8 Lindemann seiner Zeit Veranlassung gegeben hat, eine Duplicität des Minimum anzunehmen. Die graphische Darstellung der beiden Beobachtungsreihen, die mit dem Zöllner'schen Photometer ausgeführt sind und als so gut gelungen bezeichnet werden, dass grössere Abweichungen als 0,1 Grössenklasse kaum anzunehmen sein dürften, zeigt auf den ersten Blick, dass doch wohl atmosphärische Einflüsse sich geltend gemacht und Abweichungen bis 0,3 Grössenklasse erzeugt haben. Meine Beobachtungen aus derselben Zeit und besonders der der Entdeckungstage, die wegen vollständiger Unkenntniss über den Charakter der Lichtänderung als frei von Voreingenommenheit angesehen werden dürfen, widersprechen ganz entschieden der Annahme eines so ungleichmässigen Verlaufs der Erscheinung des kleinsten Lichtes. Wird durch die Beobachtungen von Lindemann eine continuirliche Curve gelegt, so bleiben für die so abgeleiteten Zeiten des Minimum die Abweichungen der Tabelle übrig, die für Oct. 20. durch keine andere Interpretation der vorliegenden Helligkeitsbestimmungen sich verringern lassen. Das Minimum fiel aber für Pulkowo schon zu nahe in die Zeit des Verschwindens des Sternes hinter Bäumen und konnte daher nicht sicher genug ermittelt werden.

Weit grössere und dazu mit innerem Widerspruche behaftete Abweichungen zeigt, wie schon gesagt, die Beobachtungsreihe von Yendell aus dem Jahre 1895. Sie scheint aus einseitigen Lichtvergleichen gewonnen zu sein, indem bei wieder wachsendem Lichte der Stern schon in geringen Höhen, ja nahe seinem Untergange gewesen sein muss. Die Veröffentlichung der einzelnen Helligkeitsvergleichen ist jedenfalls zur Creditirung dieser Reihe nothwendig. Bis dahin gibt sie Angesichts des sonstigen Beobachtungsmaterials keinen Anlass, die Gleichmässigkeit der Periode zu bezweifeln.

In der Aprilnummer 1896 des Astrophysical Journal erwähnt Pickering der auf dem Harvard College Observatory im Jahre 1895 angestellten, mit einem neuen Photometer ausgeführten Messungen von γ Herculis und führt eine Beobachtung vom 26. Juli an, die 70 Minuten von der in Vol. I pag. 289

dieses Journals abweiche. In welchem Sinne sie das thut, ist nicht angegeben. Nur aus dem beigegebenen Diagramm lässt sich schliessen, dass das Minimum um diesen Betrag später eingetreten ist. In diesem Falle bleibt gegen meine Ephemeride eine Verfrühtung von 27 Minuten übrig und wird die Richtigkeit der Yendell'schen Beobachtungen in Frage gestellt.

Der Verlauf des Lichtwechsels selbst ist nach meinen Erfahrungen bisher ebenfalls ein gleichmässiger. Jedoch war über alle diese Jahre seit 1894 noch keine Gelegenheit geboten, ihn in allen Phasen des abnehmenden und zunehmenden Lichtes in einem Stücke ganz zu verfolgen. Diese Gelegenheiten sind überhaupt sehr selten und dann auf kleine nördliche und südliche Breiten beschränkt. Die Dauer der Lichtänderung beträgt nahe 9 Stunden. Da die Declination des Sterns $+ 15^\circ$ ist, erreicht sein Tagbogen nur für nördliche Breiten grössere Werthe als 12 Stunden, aber in einer für zuverlässige Beobachtungen geeigneten Höhe über dem Horizont befindet er sich weit kürzere Zeit. Im günstigsten Falle, wenn diese Zeit die Dauer der ganzen Lichtänderung erreicht, muss der Stern gleichmässig zu beiden Seiten des Meridians beobachtet sein, also dann, wenn er um Mitternacht culminirt. Die Culmination des Sterns um Mitternacht fällt aber auf die Zeit des Sommersolstitium, in der die nördlichen Breiten ihre kürzesten Nächte haben. Es sind daher zur Beobachtung des ganzen Verlaufs der Lichtänderung nur Punkte der Erdoberfläche geeignet, die kleine nördliche oder südliche Breite haben. Das Jahr 1900 bringt solchen Punkten, aber nur denen, die etwa 1 Stunde westliche Länge von Greenwich haben, günstige Beobachtungsgelegenheiten, indem die Hauptminima im Juni und Juli nahe auf ihre Mitternacht fallen. Die nördlicheren Sternwarten können diese Hauptminima noch sehr sicher aus beiden Zweigen der Lichtcurve bestimmen, aber Anfang und Ende der Lichtänderung fallen für sie in den Tag.

§ 4. Die Nebenminima.

Die secundären Minima andererseits erregen durch ihr scheinbar wechselvolles Verhalten Zweifel an der Möglichkeit einer gleichmässigen Periode auch für die Hauptminima. Ihre Beobachtung und Bestimmung ist bei ungünstigen klimatischen Verhältnissen wegen des geringen Betrags der Lichtänderung, die sich über viele Stunden hin erstreckt, sehr schwer und

unsicher. Auf diesen Punkt muss aufmerksam gemacht werden, um den grossen Abweichungen innerhalb einer und derselben Beobachtungsreihe und besonders zwischen den Ergebnissen verschiedener Beobachter nicht ein zu grosses Gewicht beizulegen. Immerhin sind diese Abweichungen sehr auffallend und auch mit der Schwierigkeit der Bestimmung kaum erklärbar. Gerade die ersten Beobachtungen des secundären Minimum, die von Voreingenommenheit eigentlich nicht beeinflusst sein können, bieten sogleich ein Räthsel dar. Dunér setzt nämlich für das kleinste Licht am Abend von 1894 Sept. 20 eine Zeit an, in der ich den Stern schon seit $\frac{5}{4}$ Stunden im wachsenden Lichte beobachtete und er sah den Veränderlichen zu dieser Zeit in gleicher Helligkeit mit meinem Vergleichstern β BD $+ 14,3374$, während ich ihn schon 5 Stufen heller und zwar gleich α BD $+ 14,3378$ schätzte. An den drei Abenden des September, am 16., 20. und 28. sah ich den Stern bei Beginn der Dämmerung bereits heller als β und ununterbrochen heller werdend, während Dunér am 20. und 24. Sept. ihn eine Stunde später in gleicher Helligkeit mit β beobachtete. Aus physiologischen Ursachen ist eine solche Verschiedenheit der Beurtheilung ganz gut möglich; aber merkwürdig ist, dass ich 1897 von August bis November in den secundären Minimis jedesmal Z Herculis in gleiche Helligkeit mit dem Sterne β kommen sah, genau wie Dunér, jedoch um $1\frac{1}{2}$ bis 2 Stunden später an gleichen Abenden. Dieser Stern β BD $+ 14,3374$ hat die photometrische Helligkeit 7,55 in der Potsdamer photometrischen Durchmusterung und unter diese Helligkeit ist Z Herculis in den secundären Minimis nach Dunér und mir nie gekommen. Herr Yendell gibt in den Beobachtungen von 1895 nahe dieselbe Helligkeit wie bei den Hauptminimis an, welche Schätzung kaum richtig sein kann.

Weil ich 1894 im September von Beginn der Dämmerung Z Herculis an den in der Mitte zwischen den Zeiten der Hauptminima gelegenen Abenden bereits im wachsenden Lichte beobachtete und zwar wider meine Erwartung, die auf ein Herabsteigen zu einem Minimum rechnete, so neigte ich zu der Annahme, dass das beobachtete langsam wachsende Licht der letzte Rest eines noch in der Tageszeit verlaufenen tieferen Minimum wäre, das etwa 4 Stunden vor der Mitte

zwischen zwei Hauptminimis stattgefunden hätte. Diese Annahme behielt ich für die Ephemeriden in der Vierteljahrsschrift der Astr. Gesellschaft bis zum Jahre 1896 bei und änderte sie für 1897 durch Herabsetzen der Verfrühung auf $2\frac{1}{2}$ Stunden, da eine neue Discussion der Beobachtungen von 1894 unter dem Gesichtspunkte, dass die secundären Minima nicht die gleiche Lichtabnahme wie die Hauptminima zeigen, diesen Betrag der Verfrühung wahrscheinlich machte, immer unter der Voraussetzung, dass in diesen Verhältnissen keine oder nur eine sehr langsame Aenderung durch Drehung der Apsidenlinie eintrete. Die Beobachtungen von 1897 ergaben dann gar keine Verfrühung und desshalb wurde seitdem in den Ephemeriden bemerkt, dass die ungeraden Epochen (die secundären Minima) am zweiten Tage nach den geraden zu nahe gleichen Stunden eintreten.

In der folgenden Zusammenstellung sind die Beobachtungen von Dunér seinen Mittheilungen im Aph. J. April 1895 pag. 287 und A. J. 422 pag. 105 und die von Yendell der Mittheilung im A. J. 366 pag. 46 entnommen. In dieser letzteren hat Herr Yendell am Schlusse eine irrige Schlussfolgerung, indem er seine Beobachtungen mit meiner Ephemeride der ungeraden Epochen vergleicht und aus der mittleren Verspätung der Beobachtungen von 40 m (Epoche 187 muss 7 h 59,2 m statt 7 h 49,2 m heissen) auf eine Abweichung von 1 h 27 m von der halben zwischen zwei Hauptminimis verlaufenden Periode schliesst. Welche Abweichung in Wahrheit seine Beobachtungen von der Mitte zwischen zwei Hauptminimis ergeben, zeigt die folgende Tabelle. In derselben ist in der Columnne „Mitte“ die genau mitten zwischen zwei Hauptminima fallende Zeit angegeben. Die Columnne R-B gibt daher an, um wieviel die Beobachtung vor (+) oder nach (—) der Mitte zweier Hauptminima gelegen ist. Nach den Beobachtungsorten geordnet liegen die folgenden Beobachtungen vor:

Epoche		MZ. Greenwich	Mitte	R-B	
1	1894 Sept. 16	6 h 41 m	8 h 58 m	+ 2 h 17 m	Bamberg
3	20	6 15	8 47	+ 2 32	
7	28	5 39	8 26	+ 2 47	
3	1894 Sept. 20	7 18	8 47	+ 1 29	Upsala
5	24	7 5	8 36	+ 1 31	
39	Dec. 1	4 33	5 40	+ 1 7	
111	1895 Ap. 23	19 21	23 23	+ 4 2	Dorchester
137	Juni 14	18 33	21 7	+ 2 34	
159	Juli 28	15 38	19 12	+ 3 34	
163	Aug. 5	16 4	18 51	+ 2 47	
173	„ 25	14 41	17 59	+ 3 18	
177	Sept. 2	13 58	17 38	+ 3 40	
181	„ 10	13 35	17 17	+ 3 42	
187	„ 22	13 28	16 46	+ 3 18	
539	1897 Aug. 25	8 27	10 6	+ 1 39	Upsala
547	Sept. 10	7 59	9 24	+ 1 25	
559	Oct. 4	7 6	8 21	+ 1 15	
569	„ 24	5 45	7 29	+ 1 44	
535	1897 Aug. 17	10 32	10 27	— 0 5	Bamberg
541	„ 29	10 1	9 55	— 0 6	
547	Sept. 10	9 59	9 24	— 0 35	
557	„ 30	8 44	8 31	— 0 13	
571	Oct. 28	7 26	7 18	— 0 8	
577	Nov. 9	7 5	6 48	— 0 17	

In Anbetracht des Umstandes, dass die Vergleichen von Z Herculis mit zwei relativ nahen, im Gesichtsfeld bei 30 bis 50facher Vergrößerung zugleich mit dem Veränderlichen sichtbaren Sternen geschehen, sind diese Abweichungen zwischen geübten Beobachtern an den gleichen Abenden trotz der Schwierigkeit der Beobachtungen sehr befremdlich. Wenn ich den Stern im gewöhnlichen Lichte nicht so sehr zahlreich beobachtet hätte und des Unterschiedes zur Zeit dieser secundären Minima gegen dieses gewöhnliche Maximallicht nicht in allen Fällen so völlig sicher gewesen wäre, möchte ich Angesichts solcher Differenzen an der Realität der Erscheinung zweifeln. In Nr. 384 des A. J. wird von Dunér mitgetheilt, dass nach dem Aprilheft 1896 des Aph. J. Pickering am 10. Sept. 1895 von 13 h bis 15 h 56 m MZ. Gr. Z Herculis in photometrischer Messung unverändert im Maximallichte beobachtete, während am gleichen Abend für 13 h 35 m Yendell ein Minimum bestimmte. Ich habe diese Angabe am

angeführten Orte nicht gefunden, aber für Sept. 14. ist daselbst gesagt, dass von 13 h 51 m bis 17 h 35 m MZ. Greenwich 368 Einstellungen mit einem Photometer am Harvard College Observatory nichts von einem secundären Minimum zeigen, das, wenn Yendells Beobachtungen der diese Epoche einschliessenden Epochen richtig sind, um 13 $\frac{1}{2}$ h stattgefunden haben müsste. Dunér hat auch briefliche Mittheilungen von Pickering über das gleiche Resultat der Nächte des 30. Sept. und 8. Oct. in Nr. 384 des A. J. angeführt und erklärt, dass er, wenn die unter günstigen Umständen ausgeführten Bestimmungen von Yendell durch diese photometrische Parallelreihe als verfehlt erwiesen würden, kaum wagen würde, zu behaupten, dass seine drei unter ungünstigen, noch in Dämmerlicht erhaltenen Beobachtungen nicht auch verfehlt wären. Mit Rücksicht auf diese Erklärung, welche die secundären Minima preiszugeben drohte, und nicht, wie Dunér in Nr. 422 des A. J. meint, weil ich der — von Dunér niemals absichtlich veranlassten — Auffassung entgegentreten wollte, als ob Dunér die secundären Minima unabhängig entdeckt hätte, habe ich in dem Vorwort zu den Ephemeriden V. J. S. 31 pag. 222 meine Urhebererschaft für die Behauptung der Existenz der secundären Minima betont, eine Behauptung, die ich trotz aller Differenzen und photometrischen Masseneinstellungen aufrecht erhalte.

Zur Klarstellung der Angelegenheit kann jedenfalls nicht eindringlich genug auf die Benützung der im Jahre 1900 gebotenen Beobachtungsgelegenheiten hingewiesen werden.

§ 5. Die Lichtcurve.

Was nun den Lichtwechsel selbst betrifft, so ändert der Stern in den Hauptminimis seine Helligkeit um 1,2 Grössenklassen, indem er von der normalen constanten Helligkeit, in der er um 0,2 m heller als Stern α BD + 14,3378 ist, bis zur Helligkeit des Sternes b BD + 15,3301 abnimmt, der in der BD als 8,0 m bezeichnet ist und nach meinen Messungen am Zöllner'schen Photometer um 1,60 m schwächer als α und um 0,78 m schwächer als β BD + 14,3374 ist. Die Potsdamer Messungen geben dem Sterne α die Helligkeit 7,32 m und dem Sterne β 7,55 m, mithin folgen hieraus für b die Helligkeiten 8,32 m und 8,33 m. Der Unterschied von α und β ergibt sich aus den Potsdamer Messungen zu 0,23 m, aus meinen zu 0,22 m.

In den secundären Minimis des Jahres 1897 war die Minimalhelligkeit von Z Herculis niemals geringer und meist völlig gleich wie β , also 7,55 m, so dass die Amplitude nie mehr als 0,43 m betrug. Auch in diesem Punkte zeigen sich die Beobachtungen von Yendell unzuverlässig, da sie dem Stern in den Zwischenminimis einmal ganz dieselbe, im Mittel eine nur um 0,2 m grössere Helligkeit als in den Hauptminimis zutheilen, während von Dunér und mir 1894 und 1897 dieser Unterschied zu 0,8 m und bei den mit Yendell gleichzeitigen photometrischen Messungen am Harvard College Observatory ebenfalls gleich 0,8 m ermittelt wurde. Auch in den Hauptminimis hat Yendell für die 1894 und 1897 von Dunér und mir zu 1,2 Grössenklassen bestimmte und gleichzeitig mit ihm im Jahre 1895 auf dem genannten Observatory zu 0,8 m bis 0,9 m beobachtete Lichtamplitude eine auffällige Abweichung, indem er dieselbe zu nur 0,64 m angibt. Allerdings ist seine Minimalhelligkeit von 7,94 m offenbar auf keine photometrische Bestimmung gestützt und vielleicht auf die Helligkeitsangabe 8,0 m der BD für den Stern b gegründet.

Ausser diesen Angaben über die Maximal- und Minimalhelligkeit und ausser Dunér's Bericht im Aprilheft 1895 des Aph. J. über die Dauer der Lichtänderung, endlich ausser Pickering's Mittheilung der absteigenden Lichtcurve nach photometrischen Beobachtungen im Aprilheft 1896 des Aph. J. ist über die Art der Lichtänderung, die Form der Lichtcurve nichts veröffentlicht worden. Es liegen daher den folgenden Untersuchungen allein meine Beobachtungen zu Grunde. Bezüglich der Dauer der Lichtänderung weichen diese nicht unbeträchtlich von Dunér's Angaben ab, die sich nur auf unvollständige Beobachtungen aus dem Jahre 1894 stützen, während es mir im Jahre 1897 gelungen war, in mehreren Nächten die ganze Lichtabnahme zu verfolgen. Ueber das zunehmende Licht kann bis heute noch keine vollständige Beobachtung vorhanden sein. Im Jahre 1894 und 1897 ging der Stern im Spätsommer für Europa und 1895 in der gleichen Jahreszeit für Amerika unter, ehe er seine Maximalhelligkeit nach einem Minimum erreicht hatte und im Spätfrihling und Sommer fiel das zunehmende Licht in die Tageszeit. Im Sommer 1896 und 1899 fiel das Minimum auf solche Nachmittagsstunden

für Europa, dass bei Eintritt der Nacht der Stern schon nahe die volle Helligkeit wiedererlangt hatte. Da die Periode um einen Betrag kürzer als vier volle Tage ist, der in drei Jahren (d. i. in 274 Epochen) fast zu vollen zwei Tagen anwächst, so fallen die Minima alle drei Jahre nahe auf gleiche und zwar um eine Viertelstunde spätere Tagesstunden, so dass die Beobachtungsverhältnisse der jedesmal dritten auf 1894 folgenden Jahre für die mitteleuropäischen und amerikanischen Orte immer ungünstiger werden, während es noch etwa 33 Jahre dauert, bis die Minima der auf 1896 folgenden je dritten Jahre günstig zu liegen kommen.

Trotz der Unvollständigkeit der Beobachtungen des zunehmenden Lichtes ergaben doch mit ziemlicher Bestimmtheit meine Helligkeitsschätzungen von 1894 für dasselbe einen rascheren Verlauf als für die Abnahme, wenigstens steht drei guten Ermittlungen dieser Art nur eine, die vom 30. Sept., gegenüber, die das gleiche Gefälle wie die Abnahme zeigt. Die Helligkeitsbestimmungen vom 9. Mai 1896, vom 16. Mai und 9. Juni 1899 bestätigen ebenfalls die steilere Lage des aufsteigenden Astes. Da aber die Beobachtungen von 1894 einen etwas anderen Verlauf, wie die von 1897 für das abnehmende Licht ergeben, so bleibt es vorläufig zweifelhaft, ob wegen der Möglichkeit einer Drehung der Apsidenlinie der im Jahre 1897 ermittelte Verlauf der Lichtabnahme mit dem im Jahre 1894 beobachteten aufsteigenden Ast der Lichtcurve verbunden werden darf. Jedenfalls aber, auch wenn diese Verbindung unstatthaft sein sollte, bleibt die Verschiedenheit des Gefälles der beiden Curvenäste für ab- und zunehmendes Licht bestehen, da die gleichzeitigen Beobachtungen der dem Minimum nahen Theile beider Aeste aus dem Jahre 1894 diesen Unterschied noch grösser ergeben, als er in der Combination der Resultate von 1894 und 1897 besteht. Im kleinsten Lichte verharret der Stern in den Hauptminimis mehr als eine Stunde lang. Aus den Bestimmungen von 1894 Sept. 14 mit 51 Min., Sept. 18 mit 66, Sept. 30 mit 69, Oct. 12 mit 80 und 1897 Juni 12 mit 65 Min. nahm ich im Mittel, der letzteren Beobachtung das Gewicht 3 ertheilend, für dieses Verweilen im kleinsten Lichte 66 Min. an. Die Dauer der Abnahme ergab sich aus 1897 Mai 31 zu 4 h 10 m, Juni 12 zu 4 h 6 m und Juli 10

zu 4 h 27 m und ich nahm anfänglich im Mittel 4 h 14 m an; durch Witterungsverhältnisse unvollständig ausgefallene Beobachtungen sprechen für eine noch grössere Dauer und es dürfte wohl $4\frac{1}{2}$ bis 5 Stunden als wahrscheinlichster Werth anzunehmen sein. Die Lichtzunahme, für die, wie gesagt, noch keine vollständige Beobachtung vorliegt, erfordert etwa 4 Stunden. Zusammen beträgt daher die Hauptunterbrechung des constanten hellsten Lichtes zwischen 9 und 10 Stunden.

In den Nebenminimis währt die Unterbrechung nach den Beobachtungen von 1897 Mai 29 mit 6 h 0 m, Juni 2 mit 6 h 10 m, Juni 14 bei schlechter Luft mit 5 h 20 m und Sept. 30 mit 6 h 50 m zwischen 6 und 7 Stunden.

Sind diese Nebenminima reelle Erscheinungen, so deutet dieser Unterschied in der Dauer gegenüber den Hauptminimis auf eine starke Excentricität der Bahn eines diese Lichtänderungen durch Verdecken und Verstecken hervorruhenden Trabanten, deren Betrag sich aus dem Verhältniss beider Zeiten ermitteln lässt, wenn die Annahme gemacht wird, dass die grosse Achse der Bahnellipse auf den Beschauer gerichtet ist. Bei der enormen Entfernung des Sternes gegenüber den Dimensionen dieser Bahn sind die vom Trabanten während der Lichtänderungen zurückgelegten Strecken, die dem Durchmesser des Hauptkörpers gleichkommen, als gleich anzusehen und zwar als gleiche Bögen zweier concentrischer Kreise, von denen der eine den Halbmesser $a - ae$, der andere den Halbmesser $a + ae$ hat, wo a die halbe grosse Achse und ae die Entfernung des Brennpunkts vom Mittelpunkt der Bahnellipse bedeutet (e die Excentricität, das Verhältniss dieser letzteren Entfernung zur halben grossen Achse). Die zu diesen gleichen Bögen β gehörigen Sektoren $\frac{1}{2}\beta(a + ae)$ und $\frac{1}{2}\beta(a - ae)$ sind die vom Radiusvector des Trabanten während der Lichtänderungen durchlaufenen Flächen, die nach dem Keplerschen Gesetze der Zeit proportional sind, also sich wie die Zeiten 9,2 h und 6,1 h der beiden Lichtänderungen verhalten. Weil offenbar das Hauptminimum wegen der längeren Dauer dem Apastron (Aphel) zugehört, besteht die Beziehung $\frac{\frac{1}{2}\beta(a + ae)}{\frac{1}{2}\beta(a - ae)} = \frac{1 + e}{1 - e} = \frac{9,2}{6,1}$, woraus $e = 0,2026$ folgt.

Die Helligkeiten für bestimmte gleichweit von der Mitte

des kleinsten Lichtes absteigende Zeiten des absteigenden und aufsteigenden Astes der Lichtcurve leitete ich, weil bis jetzt nur ein kleines Beobachtungsmaterial vorhanden ist, in der Hauptsache auf graphischem Wege aus meinen Lichtvergleichen ab. Diese Vergleichen sind in der von Argelanders eingeführten Art durch Einschätzung des Veränderlichen zwischen zwei in seiner Nachbarschaft befindliche Sterne ausgeführt, von denen der eine ein wenig heller, der andere ein wenig schwächer als der Veränderliche ist. Für die nach diesen Stufenschätzungen, ihrer Zeit entsprechend, auf carrirtes Papier aufgetragenen Helligkeitswerthe des Veränderlichen, wo bezüglich der Zeit von den mit der Periode 3,99274 d berechneten Epochen der Mitte des kleinsten Lichtes ausgegangen wurde, suchte ich die sich am besten anschmiegende Curve und entnahm dieser dann für gewisse, eine halbe Stunde auseinander gelegene Zeitpunkte die zugehörigen Stufenwerthe. Da die ihnen zu Grunde liegende Einheit eine willkürliche, individuelle ist, so verwandelte ich sie in photometrische Sterngrößen mit dem Werthe 0,0625 m für eine Stufe, nachdem aus den photometrisch festgelegten Größen der Hauptvergleichsterne sich ergeben hatte, dass 16 Stufen einer photometrischen Größenklasse entsprechen.

In der folgenden Tabelle dieser Werthe der Lichtcurve ist für eine bequemere rechnerische Behandlung neben sie in der Rubrik J auch das Helligkeitsverhältniss zu der als Einheit angenommenen Intensität des Maximum gesetzt. Dasselbe erhält man, wenn man den in Sterngrößen ausgedrückten Unterschied gegen die Maximalhelligkeit mit 0,4 (dem Logarithmus des Helligkeitsverhältnisses für eine Größenklasse) multiplicirt und zu dem logarithmischen Complement dieses $\log \frac{1}{J}$ bedeutenden Productes die zugehörige Zahl aufschlägt, denn es ist, wenn J_M die Intensität im Maximum mit der Sterngrösse M, J_x die irgend eines Punktes der Lichtcurve bedeutet, dessen Sterngrösse x ist:

$\log J_M - \log J_x = (x - M) \log q$, wo $\log q$ die photometrische Einheit 0,4 bedeutet und also $q = 2,512$ den Betrag angibt, um welchen eine Sternklasse m heller ist, als die nächste $m + 1$. Es ist daher für $J_M = 1$.

$$\log J_x = - (x - M) \log q \text{ oder}$$

$$\log \frac{1}{J_x} = (x - M) \log q.$$

Es ist dies hier näher ausgeführt, weil in Müllers Lehrbuch der Photometrie die Angabe $\log q = -0,4$, also $q = 0,398$ (durch Druckfehler dort 0,389) im umgekehrten Sinne aussagt, q sei der Betrag, um welchen eine Sternklasse m weniger hell ist als die vorangehende $m - 1$, denn die daselbst aufgestellte Relation $\frac{h_{m-1}}{h_m} = q$ ergibt bei dieser Festsetzung, dass die Helligkeit eines Sternes ($m - 1$ ^{ter}) Grösse zu der eines Sterns der folgenden schwächeren Klasse sich verhält wie 1 : 2,512, was nur in solchem verkehrten Sinne möglich ist. Wahrscheinlich hat diese Festsetzung die Verwirrung veranlasst, die in J. Plassmanns Himmelskunde Seite 531 über „die logarithmische Differenz $\log 0,4 = 9,60206$ “ documentirt ist.

In Abständen von $\frac{1}{2}$ Stunde, die sich an die beiden Endpunkte der 1,1 h dauernden Minimalhelligkeit anschliessen, haben sich die zugehörigen Helligkeiten zu folgenden Beträgen ergeben:

Lichtcurve.

Abnehmendes Licht				Zunehmendes Licht			
T	m	J		J	m	T	
— 5,55 h	7,13	1,0000		1,0000	7,13	+ 5,55 h	
— 5,05	7,17	0,9638		1,0000	7,13	+ 5,05	
— 4,55	7,24	0,9036		0,9817	7,15	+ 4,55	
— 4,05	7,33	0,8318		0,9290	7,21	+ 4,05	
— 3,55	7,41	0,7727	1894	0,8710	7,28	+ 3,55	
— 3,05	7,51	0,7047		0,8017	7,37	+ 3,05	
— 2,55	7,61	0,6427	7.71	0,7178	7,49	+ 2,55	
— 2,05	7,76	0,5598	7.90	0,6368	7,62	+ 2,05	
— 1,55	7,93	0,4786	8.09	0,5346	7,81	+ 1,55	
— 1,05	8,11	0,4055	8.26	0,4325	8,04	+ 1,05	
— 0,55	8,32	0,3342	8.32	0,3342	8,32	+ 0,55	
0,00	8,32	0,3342	8.32	0,3342	8,32	0,00	

§ 6. Bahnrechnungen.

Seit im Jahre 1889 Vogel auf dem astrophysikalischen Observatorium Potsdam durch spectrographische Beobachtungen an Algol die schöne und wichtige Entdeckung gemacht hatte, dass die stark verbreiterte Wasserstofflinie des Sterns vor und nach einem Minimum auf verschiedenen Seiten der künstlichen

Wasserstofflinie gelegen ist, mithin Verschiebungen zeigt, die eine verschiedene Bewegung des Sterns gegen die Sonne hervorruft und zwar eine derartige mit der Periode in einfachem Zusammenhange stehende Bewegung, die vor einem Minimum eine Entfernung des Sterns von der Sonne und nach einem solchen eine Näherung bedeutet, wie das der Fall sein muss, wenn sich Algol hinter einen dunklen Körper schiebt, ist die schon lange zuvor ausgesprochene und bestrittene Erklärung der Algolerscheinung durch die Annahme eines binären Systems über alle Zweifel sicher gestellt worden. Nach derselben wird der Lichtwechsel durch einen relativ dunklen Körper hervorgerufen, der in seiner wenig gegen die Richtung zur Sonne geneigten Bahn durch den Vorübergang vor dem Hauptkörper eine partielle Verfinsterung desselben für den Anblick von unserem Sonnensystem aus bewirkt. Da die Dauer dieser Verfinsterung einen verhältnissmässig grossen Theil der ganzen Periode, also eines Umlaufs des Trabanten einnimmt, so folgte aus dieser Annahme eine bis dahin beispiellos enge Bahn für denselben, d. h. ein im Verhältniss zum Halbmesser des Hauptkörpers ausserordentlich wenig grösserer Bahnhalbmesser. Unterdessen sind noch manche solcher enger Systeme, bei denen nur die grössere Bahnneigung gegen die Richtung zu unserer Sonne keine Verfinsterungen veranlasst, durch die Linienverschiebung im Spektrum entdeckt worden. Wir haben daher unzweifelhaft in allen Algolveränderlichen solche enge Doppelgestirnsysteme vor uns. Da die Lichtveränderung derselben in der Hauptsache durch solche Vorübergänge ihrer beiden Componenten vor einander veranlasst wird, muss die Lichtcurve eine Verfinsterungs- oder Verdeckungscurve sein, deren einzelne aufeinander folgenden Helligkeiten die gesetzmässig zunehmende und wieder abnehmende Abblendung einer gleichmässig leuchtenden kreisförmig oder elliptisch begrenzten Fläche durch eine ebensolche Fläche bewirkt. So einfach die Berechnung einer solchen Abblendung ist, waren doch bis zum Jahre 1889 nur vereinzelte Versuche gemacht worden, den beobachteten Lichtwechsel in dieser Weise zu untersuchen und zu vergleichen. Erst kurz vor Vogels Entdeckung erschien die unter der Leitung von Professor Seeliger in München entstandene ausgezeichnete Dissertation von Johannes Harting unter dem

Titel „Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β Persei“, die für die Trabantenhypothese eine Theorie zur Berechnung der Bahn aus der Lichtcurve aufstellte. Diese Abhandlung scheint mir fast keine Beachtung gefunden zu haben oder rasch vergessen worden zu sein. Für den Kenner solcher Lichtschätzungen, wie sie bei den Algolsternen ausgeführt werden, musste die Uebereinstimmung der theoretischen Darstellung mit der beobachteten Lichtcurve schon vor der gedachten Entdeckung eine vollständige sein. Vielleicht hat Angesichts der Vogel'schen Entdeckung die mit dem werthvollen Inhalt gar nicht übereinstimmende, die Trabantenhypothese für Algol verwerfende Schlusszusammenfassung, die einem illusorischen Beobachtungsergebniss von einer Einknickung in der Lichtcurve ein nicht begründetes Gewicht beilegte und dann wohl auch die Fülle von Druckfehlern bei einer nicht immer klaren Darstellung dem verdienstvollen Werke die gebührende Beachtung entzogen. Auf dasselbe nimmt allein die ebenfalls unter Leitung von Professor Seeliger in München entstandene werthvolle Dissertation von Myers Bezug, die diese Betrachtungen auf den Lichtwechsel des Sternes β Lyrae ausdehnt.

Ich habe die von Dr. Harting entwickelten Methoden der Bahnbestimmung aus der Lichtcurve auf γ Herculis angewendet, indem ich zuerst die Kreisbahn für den einen gut beobachteten Zweig der Lichtänderung und dann die elliptische Bahn für beide Zweige unter der Voraussetzung ihrer zeitlichen Zusammengehörigkeit berechnete und auch wie dort für beide Körper die Kugelgestalt und gleichmässige Erleuchtung ihrer Scheiben annahm.

Zur Ermittlung des Verhältnisses der Halbmesser beider Körper, das der Bahnbestimmung zu Grunde zu legen ist, sind drei Möglichkeiten zu erwägen. Da das Nebenminimum heller ist als das Hauptminimum, so verlangt die auf gleichmässige Erleuchtung der ganzen Kugeloberflächen beider Körper sich stützende Erklärung verschiedene Helligkeiten derselben, damit ihre Hintereinanderstellung abwechselnd ein tieferes und ein helleres Minimum bewirken muss. Es kann aber in diesem Falle nicht nur der Trabant die geringere Helligkeit besitzen, sondern auch, wie das bei δ Velorum der Fall zu sein scheint, der Hauptkörper oder statt dessen, was bei der rechnerischen

Behandlung der Lichtcurve auf dasselbe hinausläuft bei sehr verschiedener Dichte der schwächer leuchtende Trabanten den grösseren Halbmesser haben, so dass für denselben die Möglichkeit eines kleineren und die eines grösseren Halbmessers gegenüber dem Hauptkörper zu betrachten ist. Die dritte Möglichkeit ergibt sich aus der Annahme, dass die einander zugewandten Hälften der beiden Körper, die als wenig von der Kugelgestalt abweichende Ellipsoide mit ihren Hauptachsen bleibend aufeinander gerichtet zu denken wären, heller sind als die abgewandten und dass insbesondere die abgewandte Hälfte des Trabanten relativ dunkel gegenüber der ihm zugekehrten Hälfte des Hauptkörpers ist.

Wie sich aus späteren Rechnungen ergeben hat, ist die Neigung der Bahnebene gegen die zur Gesichtslinie senkrechte Projectionsebene nahe 90 Grad und es findet daher eine vollständige Projection des einen Körpers auf den andern bei den Vorübergängen statt. Diese vollständige Projection, für welche die Minimalhelligkeiten die zugehörigen Lichtintensitäten ergeben, liefert in Verbindung mit der Lichtintensität des Maximum, d. h. der getrennten leuchtenden Scheiben das Verhältniss der Halbmesser beider Körper. Denn die Intensität J_M zur Zeit des Maximum verhält sich zu der während des Minimum J_{mI} und J_{mII} , wie die Summe der getrennten leuchtenden Scheiben zu der Differenz der beiden Scheiben oder allgemein die Intensitäten sind proportional den zur Geltung kommenden Flächen. Ist R der Halbmesser des Hauptkörpers, λ R der des Trabanten und z das Helligkeitsverhältniss beider Scheiben, so sind nach dem Gesagten bei Berücksichtigung des Werthes $J_{mII} = 0,7047$ für die Intensität des Nebenminimum die drei Ansätze zu machen:

Trabant v. kleinerem Halbmesser	Trabant v. grösserem Halbmesser	Trabant relativ dunkel ohne Rücksicht auf das Nebenminimum
$R^2\pi + \lambda z^2 R^2\pi = 1$	$R^2\pi + \lambda z^2 R^2\pi = 1$	
$R^2\pi = 0.7047$	$\lambda(z^2 R^2\pi - R^2\pi) + R^2\pi = 0.7047$	$R^2\pi = 1$
$R^2\pi - z^2 R^2\pi + \lambda z^2 R^2\pi = 0.3342$	$\lambda z^2 R^2\pi = 0.3342$	$R^2\pi - z^2 R^2\pi = J_{mI} = 0.3342$
woraus		
$z = 0.972$	$z = 1.064$	$z = 0.816$
$\lambda = 0.4435$	$\lambda = 0.4435$	$\lambda = 0$

wenn der Halbmesser R des Hauptkörpers gleich 1 gesetzt wird, sodass z den Halbmesser des Trabanten bedeutet.

In den beiden ersten Fällen folgt für den Trabanten nahe die Hälfte der Helligkeit des Hauptkörpers. Auch Dunér hat an den angeführten Orten für den Trabanten die halbe Helligkeit abgeleitet bei gleicher Grösse beider Körper. Nun kann man sich schon über die Lage und Grösse der Bahn, die bei einem zur Mitte des Minimum symmetrischen Verlauf der Lichtcurve als Kreis angenommen werden darf, eine genäherte Vorstellung machen. Die Neigung der Bahnebene, welche auf die zur Gesichtslinie senkrechte, den Mittelpunkt des Hauptkörpers enthaltende Ebene bezogen wird, kann nicht viel von 90 Grad verschieden sein. Das andere, noch zur Bestimmung nöthige Stück, der Halbmesser der Bahn, der in Einheiten des Halbmessers des Hauptkörpers auszudrücken ist, wird aus den Zeiten des Beginnes und Endes der einseitigen Lichtänderung (der Abnahme oder der Zunahme) gewonnen, die dem Anfang und Schluss des Eintritts (oder des Austritts) des Trabanten in Beziehung auf die Scheibe des Hauptkörpers entsprechen, in der Figur den Lagen O_1 und O_2 des Mittelpunkts des Trabanten in der Projectiellipse $\vartheta O_1 O_2 \Omega$ der Bahn, für die $O_1 m = 1 + z$ und $O_2 m = 1 - z$ ist.

Wegen der Gleichförmigkeit der Bewegung des Trabanten auf einem Kreise ist zunächst die Zeit des Weges von ϑ (der grössten Elongation) bis O_1 , dem Beginne des Eintritts, $t(\vartheta O_1) = \frac{\Pi}{4} - t_0 - \frac{\tau}{2}$ und die bis O_2 , dem Schlusse des Eintritts, $t(\vartheta O_2) = \frac{\Pi}{4} - \frac{\tau}{2}$ wo Π die Umlaufszeit 95,82575 h, $t_0 = 5,0$ h die Dauer der Abnahme und $\tau = 1,1$ h (die Dauer des Minimum) bedeutet. Sei nun die wahre Bahn mit $\vartheta L^1 L^2 \Omega$ bezeichnet, wo L^1 und L^2 die Punkte O_1 und O_2 als Projectiionsfusspunkte haben und seien die Winkel $\vartheta m L^1 = \alpha$, $L^1 m O_1 = \eta$, $\vartheta m L^2 = \alpha^1$, $L^2 m O_2 = \eta^1$ wo die rücksichtlich der späteren anderen Verwendung des Buchstabens unpraktische Bezeichnung η bei Dr. Harting wegen Richtigstellung seiner Formeln von mir beibehalten ist, dann ist $\alpha = \frac{t(\vartheta O_1)}{\Pi} \cdot 360$ und $\alpha^1 = \frac{t(\vartheta O_2)}{\Pi} \cdot 360$.

Denkt man sich nun die Verbindungslinie $m O_1$ und $m O_2$

bis zur Oberfläche einer um m mit dem Bahnhalbmesser m $\vartheta = \chi$ gelegten Kugel verlängert, die von ihnen in den Punkten ν^1 und ν^2 geschnitten werden, so folgt aus den sphärischen Dreiecken $\vartheta \nu^1 L^1$ und $\vartheta \nu^2 L^2$, da $\nu^1 L^1 = \gamma$ und $\nu^2 L^2 = \gamma^1$, $\vartheta L^1 = \alpha$ und $\vartheta L^2 = \alpha^1$, ferner der Winkel $L^1 \vartheta \nu^1$ die Neigung i der Bahnebene ist:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \gamma = \sin i \sin \alpha \quad \text{und aus den Dreiecken} \\ \sin \gamma^1 = \sin i \sin \alpha^1 \quad m O_1 L^1 \text{ und } m O_2 L^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cos \gamma = \frac{1 + x}{\chi} \\ \cos \gamma^1 = \frac{1 - x}{\chi} \end{array}$$

Durch paarweise ausgeführte Addition und Subtraction dieser Gleichungen und durch Division der so erhaltenen Beziehungen erhält man endlich zur Berechnung von γ und γ^1 die bequemen, bei Harting durch einen Druckfehler ($\frac{1}{x}$ statt x) entstellten Formeln:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\gamma^1 + \gamma}{2} = x \operatorname{tg} \frac{\alpha^1 + \alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha^1 - \alpha}{2}$$

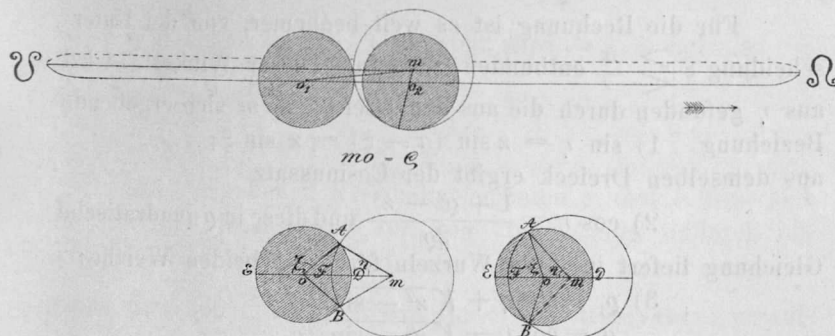
$$\operatorname{tg}^2 \frac{\gamma^1 - \gamma}{2} = x \operatorname{ctg} \frac{\alpha^1 + \alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha^1 - \alpha}{2}$$

und aus γ und γ^1 findet man dann die Neigung i und den Bahnhalbmesser χ durch die Beziehungen:

$$\sin i = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{\sin \gamma^1}{\sin \alpha^1}; \quad \chi = \frac{1 + x}{\cos \gamma} = \frac{1 - x}{\cos \gamma^1}$$

Für Z Herculis ist $\alpha = 69,015$ und $\alpha^1 = 87,093$, daher
 bei hellem Trabanten $\eta = 69,026$ woraus $i = 90^\circ$
 bei dunklem Trabanten $\eta^1 = 87,93$ woraus $i = 90^\circ$
 $\eta^1 = 89,71$ $\chi = 5,566$ $\chi = 5,103$.

Diese aus nur 2 Beobachtungen erhaltenen genäherten Kreisbahnelemente sollen und können aber durch Verwerthung der ganzen Lichtcurve eine grössere Genauigkeit erhalten. Zur Erreichung dieses Zweckes sucht man am vortheilhaftesten zuerst die Beziehungen der zunächst als gegeben zu betrachtenden Elemente χ und i zu der jeweiligen Helligkeit auf und benützt dann dieselben umgekehrt zur Berechnung der Elemente χ und i aus den gegebenen Helligkeiten der Lichtcurve.



Ist in der Figur m der Mittelpunkt der Scheibe des Hauptkörpers und o der Mittelpunkt der Scheibe des Trabanten, deren Entfernung mo , der Radiusvector der scheinbaren Bahn, mit q bezeichnet werden soll, so verhält sich die momentane Intensität J zu der Intensität des Maximum, die gleich 1 gesetzt wird, bei einem hellen Trabanten wie die Summe der von der Verdeckung freigebiebenen leuchtenden Flächentheile zur Summe der beiden leuchtenden Scheiben und bei einem relativ dunklen Trabanten wie die von der Verdeckung freigebiebene Fläche des Hauptkörpers zur ganzen Scheibe desselben. Setzt man unter Beibehaltung der Bezeichnungen x und λ , ersterer für das Grössen-, letzterer für das Helligkeitsverhältniss des Trabanten zum Hauptkörper $Am = R = 1$ und $Ao = x R = x$ und ist der Winkel $AoE = \xi$ und Winkel $AmE = \eta$, welcher letztere Bezeichnung in keinem Zusammenhang mit der vorhin gebrauchten steht und bezeichnen ξ und η kurzweg auch die Bögen für den Radius 1 zu den Winkeln ξ und η (Bogen $\xi = 0,017453 \xi^\circ$), so ist für einen hellen Trabanten:

$$J = \frac{R^2 \pi + \lambda x^2 R^2 \pi - ADBF}{R^2 \pi + \lambda x^2 R^2 \pi} = \frac{\pi(1 + x^2 \lambda) - ADBF}{\pi(1 + x^2 \lambda)} = 1 - \frac{ADBF}{\pi(1 + x^2 \lambda)}$$

$$\begin{aligned} \text{Nun ist } ADBF &= \text{Sector } AmB + \text{Sector } AoB - 2 \text{ Dreieck } mAo \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} R^2 \eta + 2 \cdot \frac{1}{2} x^2 R^2 (\pi - \xi) - 2 \cdot \frac{1}{2} q R \sin \eta \\ &= \eta + x^2 (\pi - \xi) - q \sin \eta \end{aligned}$$

Diesen durch den Trabanten jeweilig verdeckten oder verfinsterten Theil ADB der Scheibe des Hauptkörpers bezeichnen wir mit M und es ist daher für den ganzen Verlauf des Vorübergangs

$$\pi(1 + x^2 \lambda)(1 - J) = M = x^2 (\pi - \xi) - q \sin \eta + \eta$$

Für die Rechnung ist es weit bequemer, von der Unterscheidung $\xi \geq \frac{\pi}{2}$ entbunden zu sein. Dieser Winkel ξ wird aus η gefunden durch die aus dem Dreieck Aom sich ergebende Beziehung 1) $\sin \eta = x \sin (\pi - \xi) = x \sin \xi$;
aus demselben Dreieck ergibt der Cosinussatz

$$2) \cos \eta = \frac{1 + \varrho^2 - x^2}{2\varrho} \text{ und diese in } \varrho \text{ quadratische}$$

Gleichung liefert in ihren Wurzeln für ϱ die beiden Werthe:

$$3) \varrho_1 = \cos \eta + \sqrt{x^2 - \sin^2 \eta}$$

$$\varrho_2 = \cos \eta - \sqrt{x^2 - \sin^2 \eta}$$

Wird nun $\xi = \frac{\pi}{2}$, so wird $\sin \eta = x$ und $\varrho = \cos \eta = \sqrt{1 - x^2}$; es ist also bei dem Uebergang des Winkels ξ von $> \frac{\pi}{2}$ zu $< \frac{\pi}{2}$ für den Rechner das bequeme Kennzeichen gegeben $\varrho = \sqrt{1 - x^2}$, einerlei ob ϱ aus den gegebenen Elementen der Bahn oder aus den gegebenen Helligkeiten berechnet wird. So lange $\varrho > \sqrt{1 - x^2}$ ist, wendet man die Formel für M an, indem man für $\pi - \xi$, den Nebenwinkel von ξ , kurzweg den aus Formel 1) sich ergebenden Werth von ξ als spitzen Winkel mit der Bezeichnung ξ benützt. Ist $\varrho < \sqrt{1 - x^2}$, dann berechnet man statt M seine Ergänzung $AEBF$ zur Trabantenscheibe und zwar in unserem Falle von kreisförmigen Scheiben die Ergänzung von M zu $x^2\pi$, die wir mit H bezeichnen. Es ist nämlich $H = AEBF = x^2\pi - M = x^2\pi - x^2\pi + x^2\xi + \varrho \sin \eta - \eta = x^2\xi + \varrho \sin \eta - \eta$, wie sich auch aus der Figur des tiefer eingetretenen Trabanten ergibt, wo $AEBF = \text{Sector } AOB + 2 \text{ Dreieck } Aom - \text{Sector } AmB$ ist.

Man hat dann $\pi (1 + x^2 \lambda) (1 - J) = M = x^2 \pi - H$.

Indem man daher den aus Formel 1) erhaltenen Winkel ξ immer als spitz betrachtet, hat man, je nachdem $\varrho \geq \sqrt{1 - x^2}$ ist, zu berechnen:

$$4) M = x^2 \xi - \varrho \sin \eta + \eta$$

$$H = x^2 \xi + \varrho \sin \eta - \eta$$

und hat im ersteren Falle:

$$5) J = 1 - \frac{M}{\pi(1 + x^2 \lambda)}$$

$$\text{im letzteren: } J = 1 + \frac{H - x^2 \pi}{\pi(1 + x^2 \lambda)}$$

Für einen dunklen Trabanten wird $\lambda = 0$ und also

$$6) J = 1 - \frac{M}{\pi}$$

$$J = 1 - x^2 + \frac{H}{\pi}$$

Aus gegebenen Kreisbahnelementen x und i lässt sich die jeweilige Intensität J für den Vorübergang dadurch berechnen, dass man für bestimmte Zeiten die wahre Anomalie α aus $\alpha = 360 \frac{t}{II}$ ermittelt, wo für $t = 0$ der Trabant im aufsteigenden Knoten Ω und für $t = \frac{3}{4} II$, d. h. im Minimum $\alpha = 270^\circ$ sein soll. Wird die Projection der wahren Anomalie in der scheinbaren Bahn mit v bezeichnet, so wird $\tan v = \cos i \tan \alpha$ und $\varrho = x \frac{\cos \alpha}{\cos v}$; für $i = 90^\circ$ wird $v = 0$ und $\varrho = x \cos \alpha$. Aus Formel 2) ergibt sich dann η , aus 1) ξ , woraus M und H und endlich J gefunden werden.

Für den umgekehrten Fall der Berechnung der Kreisbahnelemente aus den gegebenen Helligkeiten, welche die numerischen Werthe (Beobachtungswerthe) für M und H aus 5) liefern, ist eine andere, das ϱ nicht enthaltende Form der Ausdrücke für die Rechnungswerthe M und H zu wählen. Aus dem Dreieck Aom hat man 7) $\varrho = \frac{\sin (\xi \pm \eta)}{\sin \xi}$, wo das obere Zeichen für M , das untere für H zu nehmen ist; es wird dann

$$M = x^2 \xi + \eta - x \sin (\xi + \eta) \text{ und}$$

$$H = x^2 \xi - \eta + x \sin (\xi - \eta),$$

zu deren Auflösung für die Berechnung von M und H von einem angenäherten Werthe von η ausgegangen wird, der durch $\sin \xi = \frac{1}{x} \sin \eta$ den Winkel ξ bestimmt und der dann durch eine sehr bequeme Differentialformel verbessert wird.

Welche Aenderung von η eine bestimmte Aenderung von M oder H verlangt, findet man für die Rechnung sehr einfach, wenn man $\frac{dM}{d\eta}$ und $\frac{dH}{d\eta}$ bildet, zu welchem Zwecke man in den Gleichungen 4) ξ durch η und ϱ durch seine Werthe 3) ersetzt, so dass man erhält

$$M = x^2 \arcsin \left(\frac{1}{x} \sin \eta \right) + \eta - \frac{1}{2} \sin 2\eta - \sin \eta \sqrt{x^2 - \sin^2 \eta}$$

$$H = x^2 \arcsin \left(\frac{1}{x} \sin \eta \right) - \eta + \frac{1}{2} \sin 2\eta - \sin \eta \sqrt{x^2 - \sin^2 \eta}$$

Die Differentiation ergibt dann:

$$dM = 2 \sin^2 \eta \left(\frac{\cos \eta}{\sqrt{x^2 - \sin^2 \eta}} + 1 \right) d\eta = 2x \operatorname{tg} \xi \sin(\xi + \eta) d\eta$$

$$dH = 2 \sin^2 \eta \left(\frac{\cos \eta}{\sqrt{x^2 - \sin^2 \eta}} - 1 \right) d\eta = 2x \operatorname{tg} \xi \sin(\xi - \eta) d\eta$$

Hat man für einen genäherten Werth von η die Werthe ξ und M (oder H) berechnet, so sucht man zu der Abweichung dM dieses Näherungswerthes M von dem aus der Formel 5) gewonnenen Werthe das zugehörige $d\eta$. Der neue durch $d\eta$ verbesserte Werth von η wird gewöhnlich das aus 5) gewonnene M dann schon darstellen. Eine grosse Erleichterung zur Auffindung solcher Näherungswerthe von η gewährt eine Tabelle, in der M und H für eine Reihe von Werthen η berechnet sind, die von $2\frac{1}{2}$ zu $2\frac{1}{2}$ Grad fortschreiten. Diese Werthe η und ξ liefern dann aus 7) das q .

Fällt man vom Mittelpunkt o des Trabanten aus der Projectionseclipse auf die Linie $\varphi\Omega$ ein Loth of , so liefert das bei f rechtwinklige Dreieck mfo noch die Gleichung

$$8) q^2 = x^2 \cos \alpha + x^2 \cos^2 i \sin^2 \alpha.$$

Setzt man hier die bekannten Werthe für q und α ein, so erhält man aus allen den gewählten Helligkeiten ein System von Bedingungsgleichungen, aus denen nach der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werthe der Unbekannten x^2 und $x^2 \cos^2 i$ sich berechnen lassen. Ist $i = 90^\circ$, so geht diese Formel in $q = x \cos \alpha$ über, die für jede jeweilige Helligkeit einen Werth von x liefert, deren Mittel zu nehmen ist.

Auch lässt sich aus $\cos i = \frac{1-x}{x}$, welche Relation man bei der Annahme erhält, dass der sich während des Minimum ganz auf die Scheibe des Hauptkörpers projicirende Trabant mit seinem Rand den Rand des Hauptkörpers berührt, durch Substitution in 8) ein Näherungswerth für x , nämlich

$$9) x = \frac{\sqrt{q^2 - (1-x^2) \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} \text{ erhalten.}$$

Die auf diese Weise gewonnenen Näherungswerthe für x , η und i lassen sich dann noch durch eine Differentialformel, für deren Ableitung ich auf Dr. Hartings Arbeit verweise, nach der Methode der kleinsten Quadrate verbessern. Wie in dieser Ableitung, so sind auch im Resultat störende Druck-

fehler enthalten. Richtig heisst die Differentialformel: $\frac{\pi}{2} dJ = -x \xi dx + \frac{q \sin \eta}{x} d\eta - \frac{x^2 \sin 2i \sin^2 \alpha \sin \eta}{2q} di$.

Für Z Herculis habe ich zunächst auch und zwar für $x = 0,972$ eine Tabelle für M und H nach Werthen von η gerechnet, die um $2\frac{1}{2}^\circ$ und in der Nähe des Grenzwertes $\eta = \arcsin x = 76^\circ 25'$ um 1° fortschreiten. Ich setze aber hierher nur die um 5° auseinanderliegenden Werthe, um einen allgemeinen Ueberblick zu geben.

η	ξ	M $q > \sqrt{1-x^2}$	H $q < \sqrt{1-x^2}$
25°	25° 47'	0,1081	0,0017
30	30 57	0,1842	0,0030
35	36 10	0,2869	0,0051
40	41 24	0,4194	0,0082
45	46 40	0,5831	0,0125
50	52 1	0,7793	0,0189
55	57 26	1,0079	0,0281
60	62 59	1,2703	0,0419
65	68 49	1,5676	0,0652
70	75 11	1,9065	0,1061
75	83 30	2,3314	0,2138
76	86 30	2,4629	0,2799
76 25	90 0	2,5873	0,3799

Für die aus den Intensitäten J berechneten M und H wurden mit Hilfe dieser Tabelle die zugehörigen η und ξ und hieraus q und für $i = 90^\circ$ dann x berechnet, nämlich:

T	M	H	η	ξ	q	$\log \cos \alpha$	x
- 5,5	0,0000		0° 0'	0° 0'	1,972	9,55136	5,541
- 5,0	0,1614		28 89	29 34	1,723	9,51198	5,300
- 4,5	0,4297		40 20	41 45	1,487	9,46816	5,062
- 4,0	0,7498		49 18	51 15	1,261	9,41917	4,802
- 3,5	1,0133		55 6	57 32	1,094	9,36310	4,741
- 3,0	1,3164		60 47	63 53	0,916	9,29816	4,611
- 2,5	1,5928		65 24	69 17	0,760	9,22122	4,567
- 2,0	1,9624		70 45	76 14	0,561	9,12706	4,157
- 1,5	2,3243		74 55	83 25	0,372	9,00606	3,665
- 1,0		0,3179	76 16	87 59	0,203	8,83703	2,957
- 0,5		0,0002	12 30	12 52	0,029	8,55775	
0,0		0,0000	0 0	0 0			
+ 0,5		0,0002	12 30	12 52	0,029	8,55775	
+ 1,0	2,5299		76 19	88 20	0,265	8,83703	3,855

Der starke Gang in den Werthen des Bahnhaltmessers x zeigt sofort, dass die zu Grunde gelegten Annahmen von der Wahrheit weit entfernt sind. Es ist desshalb auch die Anwendung der Differentialformel noch nicht zulässig.

Ich habe nun zuerst mit dem Bahnhalmmesser $\chi = 4,000$, den die stärkste Aenderung der beobachteten Lichtcurve liefert, den Verlauf einer diesem Werthe χ entsprechenden Lichtcurve berechnet, indem ich ϱ aus der Gleichung $\varrho = \chi \cos \alpha$ und η aus Gleichung 2), ξ aus 1) und $M(H)$ aus 4) und endlich die Intensität J aus 5) suchte, die mit Hülfe der Formel Seite 19 in Sterngrössen verwandelt wurde. Diese so erhaltene, auf der Tafel II in der oberen Figur unter dem Zeichen 4) eingetragenen Werthe ergaben für die einzelnen Zeiten zu starke Bedeckungen und verlangten daher einen grösseren Bahnhalmmesser. Mit dem Werthe $\chi = 4,831$, der die Intensität für $-4,05$ h genau darstellen sollte, wurden dann für die 3 Annahmen von z , nämlich für $z = 0,972$, $z = 1,064$ und für den Halbmesser eines relativ dunklen Trabanten $z = 0,816$ die entsprechenden Lichtcurven berechnet, deren unter dem Zeichen 2), 3) und 1) in der oberen Figur der Tafel II eingetragenen und in der folgenden Tabelle mitgetheilten Intensitäten das überraschende Resultat lieferten, dass der im Jahre 1897 beobachtete absteigende Ast der Lichtcurve durch die Annahme eines relativ dunklen Trabanten fast vollkommen wiedergegeben wird, während für einen hellen Trabanten, dessen Licht die Hälfte von dem des Hauptkörpers beträgt, mag er kleiner oder grösser als der Hauptkörper sein, weder die beobachtete Geschwindigkeit der Abnahme, noch besonders die beobachtete Dauer des Minimum erfüllt wird.

Zusammengestellt lauten die Rechnungsergebnisse:

T	α	$\log \varrho$	$z = 0,972$		$z = 1,064$		$z = 0,816$	
			J	Grösse	J	Grösse	J	Grösse
-5,55	249°,15	0,23536	0,9630	7,17	0,9435	7,19	0,9880	7,14
-5,05	251,03	0,19598						
-4,55	252,91	0,15216						
-4,05	254,78	0,10317	0,8344	7,33	0,8086	7,33	0,8449	7,31
-3,55	256,66	0,04710						
-3,05	258,54	9,98216	0,7221	7,48	0,6955	7,53	0,7065	7,51
-2,55	260,42	9,90522						
-2,05	262,30	9,81106	0,5961	7,69	0,5702	7,74	0,5491	7,78
-1,55	264,18	9,69006	0,5296	7,82	0,5045	7,87	0,4677	7,96
-1,05	266,06	9,52103	0,4614	7,97	0,4376	8,03	0,3886	8,16
-0,80	267,00	9,40280	0,4269	8,05	0,4042	8,11	0,3538	8,26
-0,72	267,31	9,35547			0,3933	8,14		
-0,63	267,62	9,30233			0,3825	8,17		
-0,55	267,93	9,24175	0,3928	8,14	0,3733	8,20	0,3341	8,32
0,00	270,00							
+ 0,55	272,07	9,24175	0,3928	8,14	0,3733	8,20	0,3341	8,32
+ 1,05	273,94	9,52103	0,4614	7,97	0,4376	8,03	0,3886	8,16

Abgesehen davon, dass eine Kreisbahn nur eine Näherung bedeuten kann, verlangt auch die Ungleichheit beider Lichtäste, die sich trotz ihrer Unvollständigkeit in den Beobachtungen durch den zum Minimum nicht symmetrischen Verlauf der Lichtcurve deutlich kundgibt, statt des Kreises eine elliptische Bahn zur Darstellung des ganzen Verlaufs des Lichtwechsels. Der Uebergang zur Bestimmung der Elemente einer Ellipse aus den für den Kreis durchgeführten Betrachtungen gestaltet sich unter der Annahme der Gültigkeit des Newton'schen Gesetzes, also der Kepler'schen Gesetze für so enge Bahnen einfach, wenn man keine scharfe Bestimmung der Bahnelemente, deren es bei Doppelsternbahnen gegenüber den bei Planetenbahnen hinreichenden 6 Elementen wegen der unbekannten Flächengeschwindigkeit sieben sein müssen, aus den Beobachtungen verlangt, die bei der Schwäche des Sterns vorläufig nur die Umlaufszeit als eines der 7 Elemente direct und für den Fall der Beobachtbarkeit eines secundären Minimum, wenn gerade die Apsidenlinie mit der Gesichtslinie nahe zusammenfällt, auch ein zweites Element, nämlich e direct, sonst aber nur die Lichtveränderungen während der Vorübergänge zu liefern vermögen und nicht hinreichen, selbst nur die Genauigkeit zu erhalten, die bei mikrometrisch gut messbaren Doppelsternen mit wenigen Beobachtungen als ebenfalls nicht ausreichende erlangt werden kann. Während bei den letzteren aus den Beobachtungen eines längeren Zeitraumes, besonders wenn ein ganzer Umlauf eingeschlossen ist, genaue Bahnbestimmungen erhalten werden können, ist bei den Algolssystemen diesem Ziele eine grosse Schwierigkeit dadurch bereitet, dass einmal die Beobachtungen sich auf den kleinen Theil der Bahn erstrecken, in dem sich die Scheiben der beiden Körper auf einander projiciren und dass zweitens besonders die Projection der wahren Bahn von einer geraden Linie wenig abweicht. So werden die im günstigsten Falle aus den Lichtbeobachtungen ableitbaren Positionswinkel (Winkel bei m zwischen der Distanz ϱ und der Knotenlinie) sehr ungenau erhalten und bei $i = 90^\circ$ verschwinden die Positionswinkel überhaupt. Die gebräuchlichsten Methoden der Bahnbestimmung für Doppelsterne lassen sich daher nicht verwenden, weil sie einerseits sich auf die Kenntniss von Positionswinkeln, die bei sichtbaren Doppelsternen genauer als

die Distanzen erhalten werden, zu stützen pflegen und andererseits die auf Distanzen sich gründenden wegen der kurzen der Beobachtung zugänglichen Bahnstrecke grosse Unsicherheit darbieten.

Die ausser Umlaufszeit, Excentricität und Neigung zur Bestimmung der Bahn noch erforderlichen 4 Elemente sind: die vom Ω bis zum Perihel verstrichene Zeit τ , die halbe grosse Achse a , die, wie der Bahnhalmmesser bei der Kreisbahn, in Einheiten des Halbmessers des Hauptkörpers ausgedrückt wird, dann der Winkel λ in der Bahnebene zwischen der grossen Achse und der Knotenlinie und endlich die Länge des Knotens in der Projectionsebene, die von demselben Anfangspunkt und in derselben Richtung wie die Positionswinkel zu zählen wäre, wenn dieser Positionswinkel der Knotenlinie bei den Algolsternen überhaupt, weil man die Richtung des Vorübergangs nicht kennt, nicht ganz unbestimmt bliebe. Bei den sichtbaren Doppelsternen ist ohne spectroscopische Beobachtung in ähnlicher Weise eine Zweideutigkeit des Ω vorhanden, indem 2 um 180° verschiedene Werthe in Betracht kommen können, weil man nicht weiss, ob der zweite Stern sich vor oder hinter der durch den ersten gelegten Projectionsebene bewegt.

Der Ort des Trabanten in seiner Bahn wird ebenso einfach, aber etwas umständlicher wie beim Kreis aus diesen Elementen nach bekannten Formeln gefunden, indem zuerst die mittlere Anomalie $\mathfrak{M}$ aus der Periode Π und der seit dem Periheldurchgang verflossenen Zeit $t - \tau$ durch

$$\text{I } \mathfrak{M} = \frac{2\pi}{\Pi} (t - \tau) = n(t - \tau)$$

und hieraus die excentrische Anomalie durch die Keplersche Gleichung

$$\text{II } E - e \sin E = \mathfrak{M}$$

berechnet wird, woraus die wahre Anomalie v aus

$$\text{III } \operatorname{tg} \frac{1}{2} v = \operatorname{tg} \frac{1}{2} E \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

und der Radiusvector r aus

$$\text{IV } r = a(1 - e \cos E)$$

sich ergibt. Dann folgt der vorhin bei der Kreisbahn mit v bezeichnete Positionswinkel p , der in der Projectionsebene von Ω gezählte Winkel bei m zwischen Knotenlinie und der scheinbaren Verbindungslinie q der beiden Centren aus

$V \operatorname{tg} p = \cos i \operatorname{tg} (v + \lambda)$
und der letztere scheinbare Abstand aus

$$\text{VI } q = r \frac{\cos (v + \lambda)}{\cos p} = a(1 - e \cos E) \frac{\cos (v + \lambda)}{\cos p}$$

Für $i = 90^\circ$ wird $p = 0^\circ$ oder 180° und

$$\text{VII } q = a(1 - e \cos E) \cos (v + \lambda)$$

Aus 2), 1) und 4) lassen sich wie oben die entsprechenden Helligkeiten berechnen.

Die umgekehrte Aufgabe aber, aus den Lichterscheinungen die Bahnelemente zu berechnen, ist nur durch Näherungsmethoden lösbar, die schliesslich zu einem befriedigenden Resultat durch die Anwendung einer Differentialformel geführt werden können. Die Beobachtungen liefern weder den Beginn noch das Ende des Eintritts oder des Austritts der Trabanten-scheibe mit ausreichender Schärfe, und es bleiben daher zur Bestimmung der genannten 4 bis 5 Elemente nur die Geschwindigkeitsänderungen des abnehmenden und zunehmenden Lichtes übrig, die trotz der grösseren Sicherheit ihrer Beobachtung zu diesem Zwecke nicht völlig ausreichen.

Die von Dr. Harting angegebene Methode, aus der bekannten Umlaufszeit, den Distanzen q und den zugehörigen Zeiten die Bahnelemente zu finden, geht von Versuchswerthen für e und τ aus und gibt ein Verfahren an, zu dem Versuchswerth τ das zugehörige λ aus 4 Beobachtungen des zunehmenden Lichtes zu finden. Da die Neigung i bei den Algolssystemen, die ja durch ihren grösseren Lichtwechsel bis jetzt entdeckt sind und also meist eine nahe centrale Bedeckung durch den Trabanten erwarten lassen, immer nahe 90° beträgt, so ist die Perihellänge λ durch den für τ angenommenen Werth immer schon mitbestimmt, denn es muss λ die dem τ entsprechende wahre Anomalie v der Mitte des Minimum d. h. das zur Zeit $t = \frac{3}{4} \Pi$ gehörige v nahe zu 270° ergänzen, wie denn auch der Winkel $v + \lambda$ in der Ellipse dem früheren Winkel α des Kreises entspricht. So schön das genannte Verfahren in seiner analytischen Entwicklung ist, bereitet seine Anwendung für die Bahnberechnung nur eine ganz überflüssige Umständlichkeit, die auch nicht etwa durch eine grössere Genauigkeit aufgewogen würde.

Für Z Herculis ging ich bei der Berechnung einer

elliptischen Bahn des Begleiters von der bekannten Umlaufzeit $\Pi = 95,82575 \text{ h}$ ($\frac{\Pi}{4} = 23,95644$, $\frac{2\pi}{\Pi} \cdot \frac{1}{2} \text{ h} = 1^\circ 52', 704$) und von dem schon oben abgeleiteten Werthe $e = 0,2026$ ($\log e$ in Minuten $= 2,84292$) und endlich von hypothetischen Werthen für τ aus, von denen ich einen ersten durch die Ueberlegung gewann, dass die beobachtete Verfrühung und kürzere Dauer des secundären Minimum die Lage des Perihel im ersten, von Ω gezählten Quadranten kurz vor der oberen Conjunction verlangt. So nahm ich das Perihel $1,06288 \text{ h}$ vor der oberen Conjunction an, also $\tau = 22,89356 \text{ h}$. Der Zeit 0 h der Mitte des Minimum entspricht das vom Ω gezählte $t = \frac{3}{4} \Pi = 71,86931 \text{ h}$ und mithin entsprechen dem Beginne und Ende des Minimum, den Zeiten $-0,55 \text{ h}$ und $+0,55 \text{ h}$, für $t - \tau$ die Werthe $48,42575 \text{ h}$ und $49,52575 \text{ h}$. Für diese wurden die mittleren Anomalien $\mathcal{M} 181^\circ 55', 6$ und $186^\circ 3', 5$ gerechnet und an sie die den halbstündigen Intervallen entsprechenden Veränderungen angeschlossen. Die Ermittlung der excentrischen Anomalien E durch die Auflösung der Kepler'schen Gleichung II wird mit vollkommen für den Zweck ausreichender Genauigkeit graphisch mit Hülfe des von Radau im Bulletin astronomique I pag. 382 mitgetheilten Diagramm ausgeführt. Die wahre Anomalie v dagegen, die auch graphisch durch Construction der Sinusoide (Bull. astr. XI pag. 289) erhalten werden kann, wird wohl rascher durch Rechnung aus III gewonnen. Da mir der Band I des Bull. astr. nicht zur Verfügung stand, habe ich die Kepler'sche Gleichung rein rechnerisch in der bekannten Weise (Klinkerfues, Theor. Astronomie pag. 20) durch eine Näherungsformel aufgelöst, die bei dieser Excentricität sofort einen ausreichend genauen Werth liefert. Aus der der Mitte des Minimum entsprechenden wahren Anomalie $v = 182^\circ 42', 3$ wurde genähert $\lambda = 87^\circ 16', 5$ gefolgert und aus VII wurde die Distanz ρ zunächst mit einem Werthe von a berechnet, der auf Grund des früheren Werthes $\chi = 4,831$ aus $a(1+e) = \chi$ für das Aphel sich zu $a = 4,000$ ergab. Die dem Werthe $\chi = 0,972$ entsprechenden zugehörigen Helligkeiten, die in der letzten Columne der folgenden Tabelle in Sterngrößen angegeben sind, wurden in der zweiten Figur der Tafel II unter Nr. 2 eingetragen und zeigen auf den ersten Blick, dass die grosse Halbachse zu klein angenommen ist,

indem ihr Werth zu starke Bedeckungen veranlasst. In ihrem Hauptverlaufe stellt sich die Rechnung so dar, deren Hauptconstanten sind: $\log e = 9,30664$, $\log \sqrt{1-x^2} = 9,37097$,

$\log x^2 \arccos 1^\circ = 8,21722$, $\log \frac{1}{\pi(1+x^2\lambda)} = 9,35087$, $x^2 \pi = 2,9682$.

Bei $t - \tau$ sind die Decimalen $0,02575$ weggelassen.

Zeit $t - \tau$	$\mathcal{M}$	E	v	$\log \rho$	η	ξ	$M(H)$	J	Grösse
-4,55	44,4	166°,90	169°,10	171,12	9,98459	59°,27	62°,17	1,2298	0,7241 7,48
-4,05	44,9	168,78	170,67	172,38	9,93497	62,45	65,80	1,4117	0,6833 7,54
-3,55	45,4	170,65	172,23	173,67	9,87870	65,50	69,42	1,5997	0,6411 7,61
-3,05	45,9	172,53	173,78	174,93	9,81346	68,42	73,07	1,7939	0,5976 7,69
-2,55	46,4	174,42	175,35	176,22	9,73347	71,15	76,80	1,9925	0,5630 7,77
-2,05	46,9	176,30	176,92	177,48	9,64241	73,60	80,73	2,1946	0,5077 7,87
-1,55	47,4	178,17	178,48	178,77	9,52212	75,57	85,08	2,3997	0,4617 7,97
-1,05	47,9	180,05	180,03	180,03	9,35418	76,40	89,42	0,3608	0,4151 8,07
-0,55	48,4	181,93	181,60	181,30	9,07526	73,07	79,78	0,2198	0,3835 8,17
+0,55	49,5	186,07	185,03	184,10	9,06361	72,77	79,30	0,1483	0,3674 8,22
+1,05	50,0	187,93	186,60	185,38	9,34721	76,38	89,25	0,3547	0,4137 8,07
+1,55	50,5	189,82	188,17	186,65	9,51774	75,62	85,23	2,4059	0,4603 7,97
+2,05	51,0	191,70	189,73	187,93	9,63952	73,67	80,85	2,2004	0,5064 7,87
+2,55	51,5	193,57	191,30	189,22	9,73418	71,22	76,90	1,9978	0,5518 7,78
+3,05	52,0	195,45	192,87	190,50	9,81168	68,48	73,17	1,7990	0,5964 7,69
+3,55	52,5	197,33	194,43	191,78	9,87659	65,60	69,55	1,6064	0,6396 7,63

Weitere Versuche mit den Werthen $6,310$, $7,762$ und $5,012$ für a führten zu den in der Figur mit 5), 3) und 4) bezeichneten Lichtcurven, von denen keine die Dauer des kleinsten Lichtes und weder die beobachtete Geschwindigkeit der Lichtabnahme, noch die der Zunahme darzustellen vermag. Diese Versuche wurden nur für wenige Zeitpunkte durchgeführt und gewährten doch einen ausreichenden Ueberblick. Die aus ihnen folgenden Helligkeiten sind:

$a = 6,310$					$a = 7,762$					$a = 5,012$				
Zeit	$\log \rho$	J	Grösse		Zeit	$\log \rho$	J	Grösse		Zeit	$\log \rho$	J	Grösse	
-4,55	0,18253	0,9136	7,23		-4,55	0,27233	0,9908	7,14		-4,55	0,08253	0,8141	7,35	
-2,55	9,93441	0,6832	7,54		-2,55	0,02441	0,7593	7,43		-2,55	9,83441	0,6110	7,66	
-1,55					-1,55	9,81076	0,5955	7,69		-1,55				
-1,05					-1,05	9,64212	0,5076	7,87		-1,05				
-0,55	9,27320	0,2985	8,13		-0,55	9,36320	0,4165	8,08		-0,55	9,17320	0,3817	8,18	
+0,55	9,26155	0,3964	8,13		+0,55	9,35155	0,4145	8,09		+0,55	9,16155	0,3801	8,18	
+2,55	9,93212	0,6811	7,55		+2,55	0,02212	0,7573	7,43		+2,55	9,83212	0,6095	7,67	

Da bei der Perihellage dieser Ellipsen die raschere Lichtzunahme nicht dargestellt wird, wurde in der Erwägung, dass das schwer zu beobachtende secundäre Minimum vielleicht eine viel grössere durch die Beobachtungen nicht festzustellende Dauer der geringen Lichtänderung besitze und daher die Annahme, das Hauptminimum finde in der Nähe des Aphel statt,

nicht zutrefte, die Hypothese durchgeführt, der Trabant passire das Perihel 1,07575 h nach der Mitte des Hauptminimum, dementsprechend $\tau = 72,94506$ h zu setzen war. Hiermit erhält man für die Mitte des Minimum $t - \tau = 94,75$ h und $v = 253^\circ 47'$. Anstatt für λ den diesem Betrage entsprechenden Werth $276^\circ 13'$ zu nehmen, setzte ich $\lambda = 273^\circ 45'$, um durch eine Späterlegung der Mitte der Conjunction einen besseren Anschluss an den aufsteigenden Ast der Lichtcurve zu erhalten. Mit beiden Werthen von λ bei der Wahl $a = 5,012$ erhält man zu geringe Bedeckungen und besonders erzeugt die Verlegung der Mitte der Conjunction gegen die Mitte der Lichtcurve bei guter Darstellung des einen Astes eine ganz enorme Abweichung für den anderen Ast.

Die folgende Rechnung und ihre graphische Darstellung in der Figur unter Nr. 1 zeigt das unmittelbar:

$t - \tau$	$\mathcal{N}$	E	v	$\log \rho$	η	ξ	M(H)	J	Grösse
90,2	338,8	333,0	328,0	0,28790	10,1	10,4	0,0074	0,9983	7,13
90,7	340,7	336,0	330,8	0,24476	26,6	27,4	0,1299	0,9709	7,16
91,2	342,6	338,3	333,6	0,19576	36,6	37,9	0,3275	0,9265	7,21
91,7	344,5	340,7	336,4	0,13975	44,8	46,4	0,5756	0,8709	7,28
92,2	346,4	343,0	339,2	0,07414	51,9	54,1	0,8648	0,8060	7,37
92,7	348,3	345,3	342,0	9,99598	58,4	61,2	1,1858	0,7340	7,47
93,2	350,1	347,7	344,9	9,89938	64,4	68,1	1,5324	0,6562	7,59
93,7	352,0	350,0	347,7	9,77407	69,9	75,1	1,8993	0,5739	7,73
94,2	353,9	352,3	350,6	9,59486	74,5	82,5	2,2821	0,4881	7,91

95,3	358,0	357,5	357,0	8,69491	54,4	56,8	0,0270	0,3402	8,29
95,8	359,9	359,9	359,9	9,39998	76,4	89,3	0,3838	0,4203	8,07
96,3	1,8	2,2	2,7	9,65518	73,3	80,2	2,1697	0,5133	7,86
96,8	3,7	4,6	5,6	9,81447	68,4	73,0	1,7912	0,5982	7,69
97,3	5,5	6,9	8,5	9,92994	62,7	66,2	1,4293	0,6794	7,55
97,8	7,4	9,3	11,4	0,02025	56,6	59,2	1,0897	0,7556	7,44
98,3	9,3	11,6	14,3	0,09431	49,9	52,0	0,7773	0,8256	7,34

Es müsste die grosse Halbachse a , die bei Berührung beider Körper $= 1,972$ wäre, kleiner als 1 sein für eine volle Bedeckung von einer Stunde Dauer. Für den Werth $z = 0,972$ mit dem Helligkeitsverhältniss $\lambda = 0,44$, das mit der in Graden ausgedrückten Länge λ nicht zu verwechseln ist, d. h. für einen halb so hellen Trabanten lässt sich daher bei Perihelgeschwindigkeit während der unteren Conjunction mit getrennten Componenten die beobachtete Lichtcurve nicht darstellen. Ähnliches gilt für $z = 1,064$.

Nach diesem Ergebniss, dass bei einem halb so hellen Trabanten weder im Perihel, noch im Aphel die Bedingung der

beobachteten einstündigen Dauer des Minimum erfüllt wird, war die Hypothese eines relativ dunklen Trabanten, also $z = 0,816$ zu untersuchen.

Die Hauptconstanten der Rechnung werden jetzt

$\log \sqrt{1 - z^2} = 9,76194$, $1 - z^2 = 0,3341$, $\log \frac{1}{z} = 0,08833$, $\log z^2 \arcsin 1^\circ = 8,06521$. Für die gleiche Lage des Perihel, wie sie zuerst für den Werth $z = 0,972$ angenommen war, also $\tau = 22,89355$ h und $\lambda = 87^\circ 16',5$ (bez. $87^\circ 21',6$) ergaben die beiden Werthe $a = 6,310$ und $a = 5,947$ die folgenden Helligkeiten aus den zugehörigen Werthen von q :

Zeit	$\log \rho$	J	Grösse	$\log \rho$	J	Grösse	Beobachtung
— 4,55	0,18253	0,9377	7,20	0,14861	0,8989	7,24	7,24 1894
— 3,55	0,07664	0,8133	7,35	0,04000	0,7704	7,41	7,41
— 2,55	9,93441	0,6575	7,58	9,90288	0,6273	7,64	7,61 7,71
— 1,55	9,72006	0,4860	7,91	9,68437	0,4645	7,96	7,93 8,09
— 1,05	9,55212	0,4004	8,12	9,48824	0,3774	8,19	8,11 8,26
— 0,55	9,27320	0,3343	8,32	9,22115	0,3342	8,32	8,32 8,32
+ 0,55	9,26155	0,3342	8,32	9,26128	0,3342	8,32	8,32 8,32
+ 1,55	9,71568	0,4833	7,92	9,69868	0,4728	7,94	7,81
+ 2,55	9,93212	0,6553	7,59	9,91168	0,6356	7,62	(7,49)
+ 3,55	0,07453	0,8109	7,36	0,05945	0,7931	7,38	(7,28)

Hier wird die einstündige Dauer des kleinsten Lichtes von beiden Bahnen vollständig und der 1897 beobachtete absteigende Ast der Lichtcurve von der ersteren fast vollständig dargestellt, während die Beobachtungen von 1894 der letzteren näher liegen, die der Lichtcurve ihre Ausbuchtung durch die Wahl von λ im Sinne einer Früherlegung der Mitte der Conjunction ertheilt. In der Figur sind unter Nr. 8 nur die Helligkeiten dieser zweiten Bahn eingetragen. Die Abweichungen beim aufsteigenden Ast sind fast zu gross, um noch als zulässig angesehen werden zu können, aber es ist sehr wahrscheinlich, dass dieser Theil der Beobachtungcurve auch gar nicht diesen Verlauf im Jahre 1897 hatte, sondern speciell nur für 1894 gültig ist. Meine Beobachtungen vom 29. Mai 1896, welche die Zeit + 3.4 h bis 5.4 h enthalten, werden von den beiden Rechnungscurven genau gedeckt. Eine Drehung der Apsidenlinie würde solche Verschiedenheiten der Lichtcurve zu verschiedenen Zeiten an sich schon bedingen. Immerhin war noch zu untersuchen, ob eine andere Lage des Perihel den unsymmetrischen Verlauf in seinem vollen Betrage vielleicht

doch wiedergeben könnte. Von diesen Versuchen will ich nur die folgenden mittheilen, dabei aber noch bemerken, dass die verschiedenen Lagen des Perihel auch einen anderen Werth für a bedingen, weil der Radiusvector r für die Zeit der Conjunction seine Grösse beibehalten muss, wenn bei einem gewissen Punkt (-3.55 h) der Lichtcurve vorläufig ein vollständiger Anschluss an die Ergebnisse von 1897 erzielt werden will. Dieser im Jahre 1894 nicht beobachtete Punkt hat möglicherweise für die entsprechende Lichtcurve einen anderen Helligkeitswerth, als nach Extrapolation hier angenommen wurde. Dann wird ein und derselbe Werth von a , wie das auch gefordert werden muss, die verschiedenen Lichtcurven mit entsprechenden Perihel-lagen darstellen können.

$a=5,528 \quad e=0,2026$				$a=4,472 \quad e=0,2026$				$a=6,561 \quad e=0,3164$				
$\tau=46,91931 \quad \lambda=155^{\circ} 0'$				$\tau=58 \, 91931 \quad \lambda=201^{\circ} 20'$				$\tau=28,21931 \quad \lambda=98^{\circ} 49'$				
Zeit	v	$\log \varrho$	Grösse	v	$\log \varrho$	Grösse	v	$\log \varrho$	Grösse	v	$\log \varrho$	Grösse
— 4,55	99 ^o .95	0,15425	7,23				161,59	0,14817	7,24			
— 3,55	103,6	0,04000	7,41	51 ^o .95	0,04001	7,41	163,73	0,04159	7,40			
— 2,55							165,85	9,89830	7,64			
— 2,05	109,0	9,77556	7,83	59,4	9,79630	7,80						
— 1,55							167,96	9,68194	7,96			
— 1,05	112,45	9,40747	8,25	64,2	9,49015	8,19						
— 0,55	114,1	8,95309	8,32	66,6	9,16336	8,32	170,05	9,22829	8,32			
+ 0,55	117,8	9,45107	8,26	71,6	9,31694	8,31	172,34	9,23964	8,32			
+ 1,55							174,41	9,68582	7,96			
+ 2,05	122,6	9,89598	7,65									
+ 2,55							176,47	9,90071	7,64			
+ 3,55	127,3	0,10930	7,30	81,6	0,06364	7,38	178,53	0,04328	7,40			

Für die letzte dieser drei Bahnen ist eine grössere numerische Excentricität $e = 0.3164$ angenommen, welchen Werth die Anwendung der noch zu besprechenden Differentialformel auf die zweite der beiden zuerst für $k = 0.816$ abgeleiteten Bahnen durch eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate geliefert hatte. Man sieht sofort, dass weder die Veränderung des Perihel, noch eine Vergrösserung der Excentricität den absteigenden Ast von 1897 und den aufsteigenden Ast von 1894 zugleich besser darzustellen vermag, als es durch die beiden ersten Bahnen geschehen ist. Eine bessere Darstellung des aufsteigenden Astes lässt sich nur durch eine Verschiebung der Mitte der Conjunction auf Kosten der genauen Darstellung des Endes des abnehmenden Lichtes nach der Beobachtung von 1897 erreichen.

Bei der genannten Ausgleichung habe ich die von

Dr. Harting mitgetheilte, auch die Variabilität des Trabantenhalbmessers z berücksichtigende Differentialformel benützt, die am angeführten Ort einen Zeichenfehler enthält. Sie lautet, wenn zur Abkürzung gesetzt wird: $m = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 i}{\cos i} \sin 2(p - \Omega)$ und $e = \sin \varphi$, wo $\Omega = 0$ ist:

$$\frac{\pi \cdot dJ}{2 \rho \sin \eta} = \frac{da}{a} - m d\lambda - \operatorname{tg} i \sin^2 p d i - \frac{\xi}{\rho \sin \xi} dz -$$

$$- \left(\frac{1}{1 - e \cos E} \right)^2 (e \sin E - m \cos \varphi) n d\tau -$$

$$- \left(\frac{1}{1 - e \cos E} \right)^2 [\cos \varphi (\cos E - e) + m \sin E (1 - e \cos E + \cos^2 \varphi)] d\varphi.$$

Für jedes der halbstündigen Intervalle der Lichtcurve wird diese Bedingungsgleichung aufgestellt und aus dem so gewonnenen Gleichungssystem werden nach der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werthe für die Correctionen der Elemente abgeleitet. Unter Annahme des Grenzwertes $i = 87^{\circ}$ wurde bei dieser Ausgleichung für di der Werth $+0.0591 = +3^{\circ} 23'$ und für $dz = -0.1506$ gefunden, ein Werth, der die Dauer des Minimum nicht darzustellen vermag. Gegenüber der Anzahl der Unbekannten ist die Anzahl der Bedingungsgleichungen viel zu gering, um wahrscheinlichste Werthe erwarten zu können, und die geringen Unterschiede in den Coefficienten bei parallelem Verlaufe bedingen Abhängigkeiten der Correctionen von einander, welche die Zuverlässigkeit der sich ergebenden Werthe ganz illusorisch machen. Es muss von vornherein der Werth von z als Constante, wie die Umlaufszeit angesehen werden und auch i wegen seiner grossen Nähe bei dem Werthe 90° von der Mitbestimmung durch die Differentialformel ausgeschlossen werden. λ fällt wegen des Coefficienten $m = 0$ auch heraus. Unter diesem Gesichtspunkte wollte ich das die grössere numerische Excentricität enthaltende Elementensystem für $\tau = 28,21931$ (das letzte der drei oben angeführten) zur Ableitung der Correctionen da , $d\tau$ und $d\varphi$ behandeln, aber die für die ganzstündigen Intervalle aufgestellten folgenden Bedingungsgleichungen, in denen die Coefficienten logarithmisch angesetzt sind, zeigen auf den ersten Blick, dass die Abweichungen im aufsteigenden Ast sich nicht durch kleine Correctionen — und für solche gelten die Gleichungen — der betreffenden Elemente wegschaffen lassen.

Die Bedingungsgleichungen lauten:

J_R	J_B					
0,8985	0,9036	$8,0001_n = \frac{da}{a}$	$- 8,4257$	$nd\tau$	$+ 9,9069$	dq
0,7724	0,7727	$6,7791_n = \frac{a}{a}$	$- 8,2785$	"	$+ 9,9086$	"
0,6232	0,6427	$8,6875_n = \frac{a}{a}$	$- 8,0559$	"	$+ 9,9099$	"
0,4630	0,4786	$8,7993_n = \frac{a}{a}$	$- 7,5699$	"	$+ 9,9106$	"
0,3342	0,3342	$-\infty = \frac{a}{a}$	$- 7,5919_n$	"	$+ 9,9106$	"
0,3342	0,3342	$-\infty = \frac{a}{a}$	$- 8,0910_n$	"	$+ 9,9110$	"
0,4652	0,5346	$9,4434_n = \frac{a}{a}$	$- 8,3003_n$	"	$+ 9,9087$	"
0,6252	0,7178	$9,3621_n = \frac{a}{a}$	$- 8,4414_n$	"	$+ 9,9067$	"
0,7744	0,8710	$9,2862_n = \frac{a}{a}$	$- 8,5477_n$	"	$+ 9,9040$	"

§ 7. Resultate.

Aus diesen Versuchen hat sich ergeben, dass auf die Darstellung der Lichtcurve die Lage des Perihel keinen so grossen Einfluss ausübt, dass gegenüber den zulässigen Beobachtungsfehlern schon eine Entscheidung auch nur über den in Betracht kommenden Quadranten möglich ist, wie sich wohl auch bei dem kleinen zur Geltung kommenden Theil der Bahn erwarten liess. Nur die Annahme einer Perihellage nahe dem Hauptminimum scheint sich deutlich als nicht zulässig zu erweisen. Den Beobachtungen von 1897, denen wahrscheinlich kein so steiler, wie im Jahre 1894 beobachteter Lichtaufstieg zugehört, entspricht am besten und zwar mit erstaunlich kleinen Fehlern, die sich nicht bis zu einem Zehntel einer Grössenklasse erheben, die in der Figur mit 8) bezeichnete Bahn mit den Elementen:

$$\begin{aligned} \Pi &= 95,82575 \text{ h} \\ \tau &= 22,89356 \text{ h} \\ a &= 5,947 \\ e &= 0,2026 \\ \lambda &= 87^\circ 21,6' \\ i &= 90^\circ \\ \Omega &\text{ unbestimmt.} \end{aligned}$$

Dagegen werden die Beobachtungen von 1894 mit ebenfalls ganz geringen übrig bleibenden Fehlern durch die in der Figur mit Strich und Punkt unter Nr. 6 ausgezogene Lichtcurve dargestellt, die den Bahnelementen entspricht:

$$\begin{aligned} \Pi &= 95,82575 \text{ h} \\ \tau &= 46,91931 \text{ h} \\ a &= 5,528 \\ e &= 0,2026 \\ \lambda &= 155^\circ 0' \\ i &= 90^\circ \\ \Omega &\text{ unbestimmt.} \end{aligned}$$

Hier fällt für die beste Darstellung der Beobachtungen von 1894 die Perihellage auf die andere Seite der Conjunctionsline, als sie die Verfrühung reeller secundärer Minima verlangt.

Das vorliegende Beobachtungsmaterial gestattet über die muthmassliche Drehung der Apsidenlinie, welche die besprochenen Verschiedenheiten der Lichtcurve einfach erklären würde, noch keine sicheren Schlüsse aufzustellen. Aber das Resultat verbürgt es mit voller Gewissheit, dass es nicht richtig ist, die zwischen Algol und Y Cygni bestehende Lücke in den Erscheinungsformen dieser hochinteressanten Doppelsternsysteme, wie man bisher allein aus den beiden verschiedenen Helligkeiten der Conjunctionen schliessen zu dürfen meinte, durch Z Herculis ausgefüllt zu betrachten, sondern dass ein relativ dunkler Begleiter wie bei Algol die Lichtveränderung in der Hapterscheinung hervorruft.

Der Widerspruch, der zwischen diesem Resultat und einer Realität der secundären Minima besteht, lässt sich nicht durch die Annahme beseitigen, dass der Trabant immer dieselbe Seite dem Hauptkörper zukehre und nur auf seiner abgewandten Seite relativ dunkel sei, weil selbst eine Helligkeitsabnahme im secundären Minimum von der beobachteten Maximalhelligkeit 7.13 nur auf die Helligkeit des Vergleichssterne a gleich 7.32 schon eine Helligkeit des Trabanten auf der zugewandten Seite von mehr als $\frac{1}{2}$ der Helligkeit des Hauptkörpers verlangt und eine stetige Lichtzunahme bis kurz vor den Beginn des secundären Minimum bedingt, die zwar nach den Beobachtungen nicht ganz ausgeschlossen, aber auch nicht bewiesen ist. Wollte man die Annahme hinzufügen, dass der Hauptkörper nicht überall eine Scheibe von gleicher Helligkeitsdarböte, sondern bei ellipsoidischer Form in ungeänderter Lage zum Trabanten seine abgewandte Seite weniger hell wäre, dann fielen die für die obige Berechnung gemachten Voraussetzungen weg, und es wäre eine andere weit complicirtere Methode aufzustellen.

Bei dem ganz unerwarteten Ergebniss dieser Untersuchungen, dass die Lichtcurve dem Vorübergang eines relativ dunklen Körpers genau entspricht, ist das Interesse der secundären Minima vermehrt, und es ist desshalb wiederholt auf die günstige Gelegenheit des Sommers 1900 für den Nachweis der Existenz oder Nichtexistenz der secundären Minima neben einer

genaueren Ermittlung der Lichtcurve in den Hauptminimis aufmerksam zu machen. Die totale Sonnenfinsterniss am 28. Mai 1900 wird zur Besetzung vom südlichen Orten (Spanien, Nordafrika) mit Beobachtern Veranlassung geben, die nebenbei diese dankenswerthe Aufgabe ihrer Lösung entgegenführen könnten, zumal es keiner grossen instrumentellen Hilfsmittel bedarf.

§ 8. Folgerungen.

Zum Schlusse liegt es nahe, über die Dimensionen und die Gestalt des Doppelsternsystems Z Herculis Folgerungen nach den erlangten Resultaten zu ziehen, wie Dr. Harting das für Algol gethan hat und bei dieser Gelegenheit einen Fehler zu verbessern, der sich durch ein Versehen in den Einheiten einer logarithmischen Kennziffer bei seiner Ableitung der Dichte eingeschlichen hat. Unter der Annahme, dass die Helligkeit des Algol gleich der der Sonne ist, hat Pickering für den Algol-Halbmesser den Werth $0'',003$ abgeleitet. Z Herculis von der siebenten Grösse hat eine nahe 100mal gringere Helligkeit als Algol und müsste bei der gleichen Annahme daher eine 10mal grössere Entfernung haben, so dass sein Halbmesser für den Anblick von der Erde dann $R'' = 0'',0003$ betragen würde. Die halbe grosse Achse der Bahn seines Trabanten oder kurzweg der Halbmesser χ seiner Kreisbahn ist etwa 6 mal grösser als der Körperhalbmesser und würde daher unter einem Winkel von etwa $0'',0019$ erscheinen. Der Gyldeń'sche Werth für die durchschnittliche Parallaxe der Sterne zweiter Grösse $p'' = 0'',058$ würde für Z Herculis die Parallaxe $p = 0'',006$ folgern lassen.

Aus $\operatorname{tg} p'' = \frac{1}{\Delta}$, wo Δ die Entfernung der Erde von Z Herculis bedeutet und der Erdbahnhalbmesser als Einheit angenommen ist und aus $\operatorname{tg} \chi'' = \frac{A}{\Delta}$ folgt für den dann in dieser planetarischen Einheit ausgedrückten Bahnhalbmesser A von Z Herculis der Werth $A = 0,317$, während für Algol der Bahnhalbmesser $A = 0,237$ unter diesen Voraussetzungen von Dr. Harting abgeleitet wurde. Die Bahn des Trabanten von Z Herculis ist demnach ebenfalls kleiner als die Merkurbahn.

Wenn U die Umlaufszeit des Trabanten von Z Herculis in Einheiten des Jahres ausgedrückt bedeutet und m und m'

die Massen beider Körper bezeichnen, ist nach dem 3. Kepler'schen Gesetze $U^2 (m + m') = A^3$, also $m + m' = 266$ Sonnenmassen.

Bei der wohl nicht zulässigen, aber für den Augenblick annehmbaren Voraussetzung gleicher Dichte beider Körper würden die beiden Massen m und m' sich verhalten wie die Volumina und da der Trabantenhalbmesser $0,816$ beträgt $\frac{m'}{m} = 0,543$ sein, d. h.

$$m = 172 \odot \text{ und } m' = 94 \odot$$

Die Dichte von Z Herculis ergibt sich dann aus dem Vergleich seines Volumens mit dem der Sonne. Wird sein in Kilometern ausgedrückter Halbmesser mit R bezeichnet, so hat man $R = \frac{R''}{p''} \odot$. Für $\odot \delta = 149\,000\,000$ Kilometer ist $R = 7\,550\,000$ Kilometer und damit das Volumen von Z Herculis das 1300fache der Sonne, woraus seine Dichte in Beziehung auf die Sonne folgt $\delta = 0,132$.

Dr. Harting hat für Algol das 142fache statt 1440fache Volumen der Sonne gefolgert und daher gleiche Dichte, statt richtig 0,104 erhalten.

Kurz vor Abschluss des Druckes der vorstehenden Untersuchungen fand ich in Seeligers Artikel Doppelsterne im Handwörterbuch der Astronomie seine Formel für die mittlere Dichtigkeit der beiden Massen eines Doppelsternsystems, in unsere Bezeichnungen übertragen,

$$D = \frac{\left(\frac{n}{v}\right)^2 R^3}{\Delta^3 (1 + \kappa^3)} \kappa^3$$

wo v die mittlere tägliche Bewegung der Erde um die Sonne und n die mittlere tägliche Bewegung des Trabanten um Z Herculis bedeutet.

Für $\frac{n}{v} = 91,48$ ergibt sich hieraus: $D = 0,117$ in voller Uebereinstimmung mit dem Werthe $\delta = 0,132$.

Zusammengestellt lauten diese Folgerungen unter den gemachten Voraussetzungen:

Der Algolveränderliche Z Herculis ist ein Doppelsternsystem, dessen beide Componenten den Kugelhalbmesser haben:

Ernst Hartwig.

Lichtgleichung für Z Herculis.

Dies reductus = Mittlere Zeit Greenwich + K

Das Zeitintervall dieser Tafel ist algebraisch zu den Beobachtungszeiten zu addiren, um sie auf die Sonne zu beziehen.

Das Zeitintervall dieser Tafel ist algebraisch zu den Beobachtungszeiten zu addiren, um sie auf die Sonne zu beziehen.

$\frac{K}{d}$	$\frac{K}{d}$	$\frac{K}{d}$	$\frac{K}{d}$
1890 — 0,75	1905 — 0,60	1921 — 0,70	1937 — 0,80
91 — 1,00	06 — 0,86	22 — 0,96	38 — 1,06
92 — 0,26	07 — 1,11	23 — 1,21	39 — 1,32
: + 0,74	08 — 0,37	24 — 0,47	40 — 0,57
	: + 0,63	: + 0,53	: + 0,43
1893 — 0,52	1909 — 0,62	1925 — 0,73	1941 — 0,83
94 — 0,77	10 — 0,88	26 — 0,98	42 — 1,08
95 — 1,03	11 — 1,14	27 — 1,24	43 — 1,34
96 — 0,28	12 — 0,39	28 — 0,49	44 — 0,60
: + 0,72	: + 0,61	: + 0,51	: + 0,40
1897 — 0,54	1913 — 0,65	1929 — 0,75	1945 — 0,85
98 — 0,80	14 — 0,91	30 — 1,01	46 — 1,11
99 — 1,05	15 — 1,16	31 — 1,26	47 — 1,37
1900 — 0,32	16 — 0,42	32 — 0,52	48 — 0,62
	: + 0,58	: + 0,48	: + 0,38
1901 — 0,57	1917 — 0,68	1933 — 0,78	1949 — 0,88
02 — 0,83	18 — 0,93	34 — 1,03	50 — 1,14
03 — 1,09	19 — 1,19	35 — 1,29	
04 — 0,34	20 — 0,44	36 — 0,55	
: + 0,66	: + 0,56	: + 0,45	

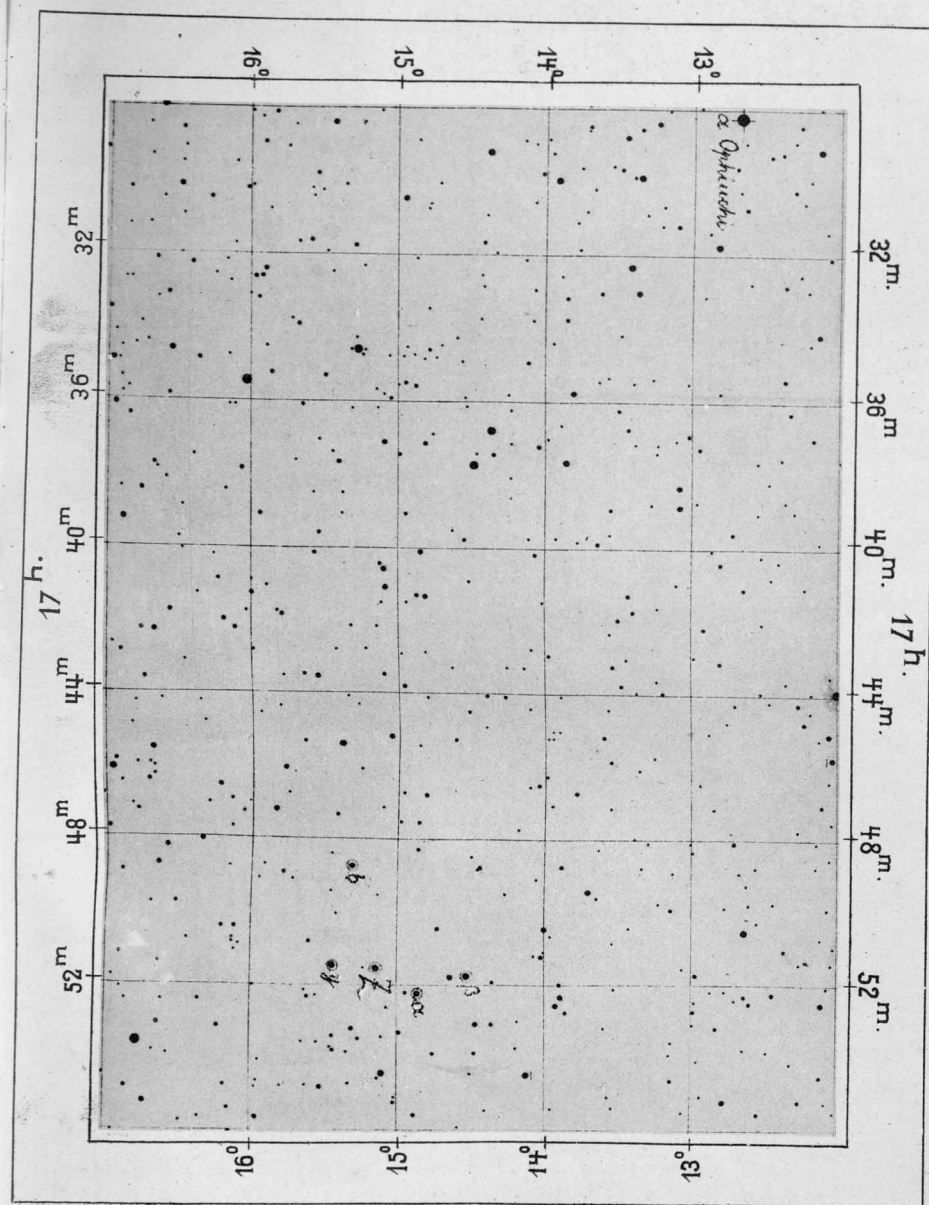
Für die Schaltjahre sind 2 Werthe von K angesetzt; der erste gilt für die Monate Januar und Februar, der zweite von da an bis zum Ende des Jahres



Abkürzungen.

V. J. S	Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft.
A. N.	Astronomische Nachrichten.
A. J.	Astronomical Journal.
Aph. J.	Astrophysical Journal.
Bull. astr.	Bulletin astronomique.
B. D.	Bonner Durchmusterung.

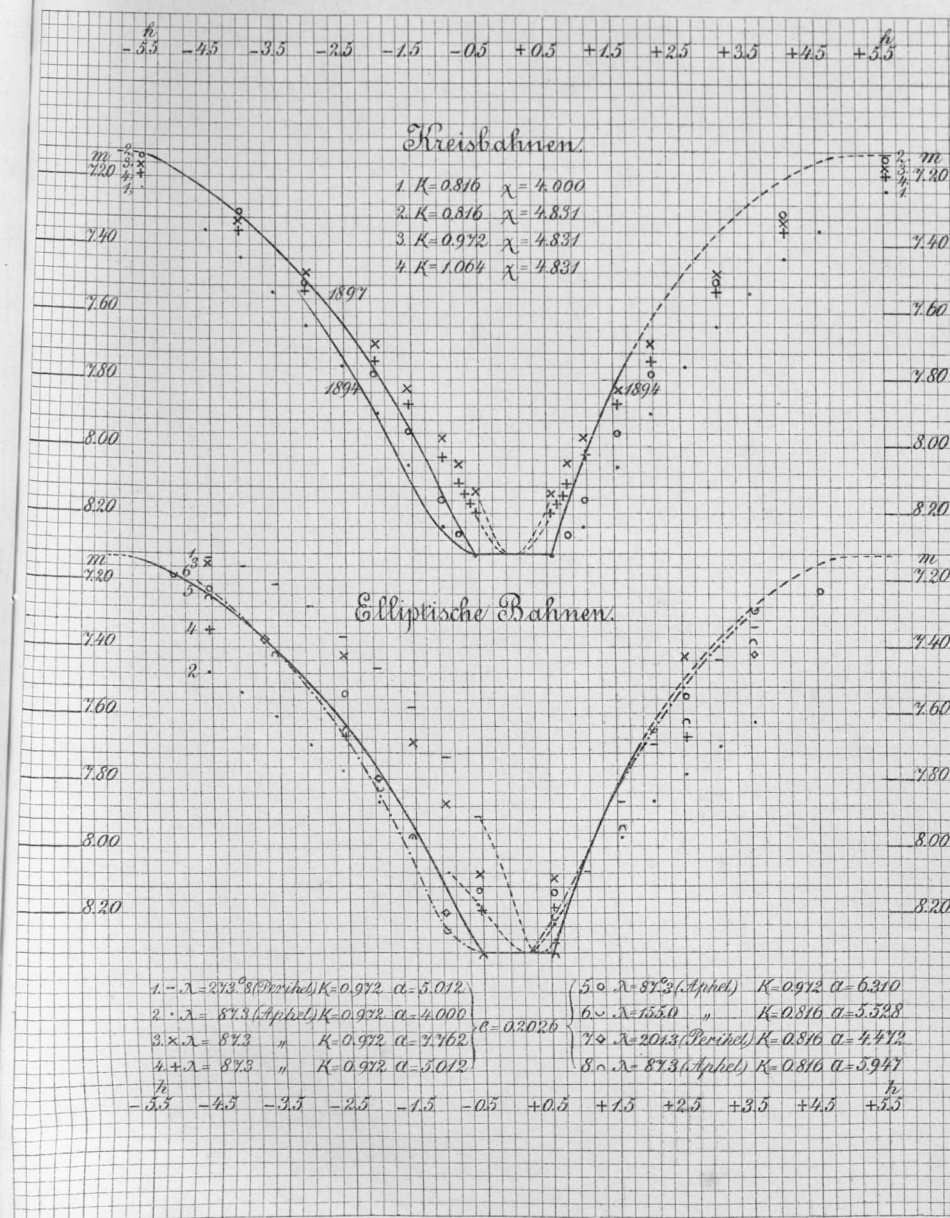
Z Herculis.



Aequ. 1855

II.

Lichtcurve von ζ Herculis.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Bericht der Naturforschenden Gesellschaft Bamberg](#)

Jahr/Year: 1899

Band/Volume: [17](#)

Autor(en)/Author(s): Hartwig Ernst

Artikel/Article: [Der veränderliche Stern vom Algoltypus Z Herculis 1-46](#)