Beih. Ber. Naturh. Ges.	5	Keller-Festschrift	Hannover 1968

Möglichkeiten zur Untersuchung der Mikrohydraulik des Grundwassers

Von HERBERT KÜHN*)

Mit 4 Abbildungen

Zusammenfassung

Die Grundwasserhydraulik basiert bisher auf der makroskopischen Betrachtungsweise. Diese Makrohydraulik reicht aus, um viele praktische Fragen der Grundwasser- und Sickerströmung in porigen Böden zu lösen. Ohne die Untersuchung der tatsächlichen Strömung im Porenbereich, d. h. ohne die Kenntnis der Mikrohydraulik, ist es aber nicht möglich, das empirisch aufgestellte Widerstandsgesetz (DARCY) und die beobachteten Abweichungen streng zu begründen. Die Makrohydraulik ist ebenso außerstande, Aussagen über die Einzelbewegungen bestimmter Wasserteilchen während des Strömungsablaufes im Porenraum zu machen. Für inerte Filtersysteme (Sande) kann die Wirkung zusätzlicher Oberflächenkräfte im Porenraum vernachlässigt werden, so daß die theoretische Lösung auf die NAVIER-STOKESsche Gleichung führt. Die komplexe Geometrie, selbst eines ausgewählten „charakteristischen" Porenkanals, läßt jedoch keine analytische Lösung zu. Kapillarmodelle, die der mathematischen Behandlung zugänglich wären, weisen eine zu große Veränderung der Strömungsbedingungen auf. Die Auswertung von Indikatorversuchen zur Kennzeichnung der Strömung ermöglicht, auf der Grundlage eines statistischen Ansatzes einen neuen geometrischen Kennwert des Grundwasserleiters (Filters) festzulegen, so daß die mikrohydraulischen Fragestellungen gelöst werden können.

Summary

The hydraulic laws of ground-water movement are hitherto based on the macroscopic point of view. This has been proved unsufficient to solve many practical problems of groundwater and seepage flow in noncohesive aquifers. It is impossible to establish Darcy's law theoretically without the knowledge of the actual flow inside the pores. The macrohydraulic aspect also can not give details of the movement of an individual water particle. As for inert porous systems (e. g. pure sand) the action of additional surface forces is negligible, the theoretical approach leads to Navier-Stokes's equation. But the complexity of the geometry, even of a characteristic pore-channel, prevents an analytical solution. Theoretical models allowing a mathematical treatment show a too great deviation from the actual conditions. The identification of the flow by tracers allow to define a new geometrical constant of the porous medium, which results as a key to several microhydraulic questions.

*) Dipl.-Ing. H. KÜHN, 5 Köln, Maastrichter Straße 45, Forschungsgesellschaft für das Straßenwesen e. V.

Inhalt

1. Einführung
2. Die Porenströmung
3. Theoretische Untersuchung der Porenströmung
3.1. Anwendbarkeit der klassischen Hydromechanik
3.2. Wirkung von Oberflächenkräften im Porenraum
3.3. Ansatz der NAVIER-STOKESschen Gleichung
3.4. Kapillarmodelle
3.5. Folgerungen
4. Empirische Analyse der Porenströmung
5. Literatur

1. Einführung

Die Bewegung des Grundwassers im Boden zu klären, ist seit DARCY [2] das Ziel umfangreicher und vielseitiger Untersuchungen und Forschungsarbeiten gewesen, ohne daß es bisher gelungen ist, eine allgemeine Theorie dieser speziellen Hydromechanik aufzustellen.

Diese Tatsache liegt sicherlich darin begründet, daß sich die Aufgaben der Wasserwirtschaft und des Wasserbaues auf die vorhandene oder die gewinnbare Grundwassermenge beschränken. Zur Lösung dieser Aufgaben genügt im allgemeinen die Kenntnis des Widerstandsgesetzes der Grundwasserbewegung und der nach diesem Gesetz definierten Durchlässigkeit des grundwasserleitenden Bodens. Man hat allerdings immer wieder versucht, das von DARCY aufgestellte lineare Widerstandsgesetz durch andere Ansätze zu ergänzen und die Durchlässigkeit aus anderen Bodenkennwerten zu ermitteln. Doch hat sich gezeigt, daß die Lösung der meisten Aufgaben unter Anwendung des einfachen DARCYschen Gesetzes und einem bereichs- und zeitweise konstanten, empirisch ermittelten Durchlässigkeitsbeiwert mit ingenieurmäßig ausreichender Genauigkeit möglich ist. So ist es verständlich, wenn von der Seite der Geohydrologie kaum Fortschritte in Richtung auf eine allgemeine Theorie gemacht wurden und statt dessen praktische Einzelfragen innerhalb des bezeichneten Rahmens untersucht wurden.

Indessen ist die Bewegung des Grundwassers in einem porigen Grundwasserleiter, auf den sich die Erörterungen hier zunächst beschränken sollen, nur ein Sonderfall des allgemeinen Vorganges, daß sich eine mobile Phase (Gase, Flüssigkeiten oder Gemische davon) durch ein poröses (poriges), festes Medium bewegt. Solche Strömungsvorgänge spielen eine große Rolle in verschiedenen Gebieten der Wissenschaft, namentlich der Lagerstättenkunde (Erdöl- und Erdgasgewinnung) und der Chemie. Die Strömung in porig aufgebauten Reaktionskolonnen hat besonders für die Zwecke der Chromatographie eine eingehende theoretische Behandlung von seiten der physikalischen Chemie erfahren, allerdings ausschließlich für den turbulenten Strömungsbereich. Auch wurden auf diesem Gebiet genaue Untersuchungen über das Widerstandsgesetz und die Veränderung des Strömungszustandes bei gesteigerter Geschwindigkeit der Bewegung angestellt, die hinsichtlich

der Genauigkeit und des Umfanges weit über das auf dem Gebiet der Grundwasserforschung Geleistete hinausgehen. Für die Erdöl- und Erdgasgewinnung sind hauptsächlich Strömungen von Gas-Flüssigkeits-Gemischen sowie die Bewegung von Grenzschichten im porigen Speichergestein (z. B. Öl/Salzwasser) behandelt worden.

Wenn heute auf dem Gebiet des Bauingenieurwesens und der Geohydrologie Probleme auftreten, die sich mit den bisherigen Methoden und Kenntnissen der Grundwasserkunde nicht lösen lassen, so geht es meist nicht um die Frage, wieviel Grundwasser fließt, sondern darum, wie das Grundwasser sich überhaupt bewegt. Das bedeutet, es muß die bisherige makroskopische Betrachtungsweise (Menge als Mittelwert) durch die Untersuchung der tatsächlichen Strömungsverhältnisse im mikroskopisch kleinen Bereich des Porenraumes, z. B. eines Feinsandes, ergänzt werden. Dies ist die Aufgabe der Mikrohydraulik.

Als A. THIEM [23] das quantitative Indikatorverfahren begründete, war er der Auffassung, daß die Verteilung des Indikators während der Bewegung mit dem Grundwasserstrom zwischen zwei Brunnen auf die molekulare Diffusion zurückzuführen sei. Aus der Verfolgung des Maximums der sich ausbreitenden Indikatorwolke berechnet THIEM die natürliche Grundwassergeschwindigkeit. Abgesehen davon, daß man sich nichts unter der „natürlichen Grundwassergeschwindigkeit" vorstellen kann, übersah THIEM offenbar, daß infolge der über dem Querschnitt und der Achse eines jeden Porenkanals veränderlichen Strömungsgeschwindigkeit eine hydrodynamische Vermischung des Indikators stattfinden muß, die die molekulare Diffusion u. U. völlig überdeckt. Die Indikatormethode ist später in zahlreichen Fällen zur Verfolgung von Grundwasserströmungen benutzt worden. Meistens handelt es sich aber um die qualitative Klärung von Kontaktfragen, ohne daß bis vor kurzem ernsthafte quantitative Ansätze für die Anwendung dieser Methode versucht worden wären.

Dabei ist der Gedanke überaus einfach, durch die Zuführung eines Indikators (z. B. Farbstoffe, Salze, radioaktive Isotope) zum strömenden Grundwasser, dessen Teilchen sich (fast genau) so bewegen wie die Wasserpartikel, den Strömungsvorgang erkennbar, d. h. meßbar werden zu lassen.

Gelingt es, eine Theorie der Grundwasserbewegung aufzustellen, mit deren Hilfe unter Berücksichtigung möglicher Störeinflüsse (z. B. der Adsorption des Indikators) die Ergebnisse solcher Indikatorversuche beschrieben werden können, so wird das Indikatorverfahren als Feldmethode für Grundwasseruntersuchungen eine weitaus größere Bedeutung erlangen als bisher.

Als wichtigstes Ergebnis für die Praxis sind nach dieser Theorie Aussagen über das Verhalten von den in das Grundwasser übergetretenen oder planmäßig eingeleiteten Verunreinigungen (z. B. radioaktive Abfälle) zu machen. Hieraus müssen sich auch Schlüsse auf die Bewegung und Ausbreitung der Salz-/Süßwassergrenze im Küstengebiet und an binnenländischen Versalzungszonen

(Tiefengrundwasser, Salzhorste) ziehen lassen. Vor allem aber wird die Schutzzonenfrage einer Überarbeitung zugeführt, sobald die Bewegung von Verunreinigungen im Grundwasser quantitativ in Abhängigkeit von dem jeweiligen Grundwasserleiter erfaßt werden kann.

Als wichtigstes Ergebnis für die Hydromechanik wird nach dieser Theorie über den Indikatorversuch die Möglichkeit gegeben sein, die hydrodynamische Ähnlichkeit von porösen Medien festzulegen. Hiermit wäre dann die Voraussetzung für die Lösung des Turbulenzproblems geschaffen.

2. Die Porenströmung

Die Strömung des Wassers durch den Porenraum eines Kornhaufwerkes erfolgt in einem räumlichen Netzwerk, das aus der Aneinanderfolge von kleinen Hohlräumen unterschiedlicher Form und Größe besteht. Bei ideal unregelmäßiger und isotroper Ausbildung des Netzwerkes gibt es keine bevorzugte Richtung, in der Kapillare oder „Porenkanäle" erkannt werden könnten, entlang denen die Strömung verläuft. Von einem bestimmten „Kapillarsystem" kann erst gesprochen werden, wenn die makroskopische Strömungsrichtung, d. h. die Richtung der Filtergeschwindigkeit, vorgegeben wird. Eine Änderung der Strömungsrichtung bedingt jeweils ein neues „Kapillarsystem", das zwar für isotrope Porennetzwerke statistisch gesehen immer gleich aufgebaut ist, für den anisotropen Fall jedoch ganz verschieden ausfällt. Bei der makroskopisch eindimensionalen Strömung (Parallelströmung) durch das Kornhaufwerk bewegt sich das Wasser durch diese Strömungskapillaren, deren Achse eine Raumkurve ist und deren Querschnitte entlang der Achse ständig veränderlich sind. Unter der Voraussetzung der vollkommenen (gleichmäßigen) Unregelmäßigkeit sind die Strömungskapillaren bei Betrachtung über eine hinreichend große Länge hinsichtlich des Strömungsvorganges einander gleich. Die Aufgabe liegt also in der Kennzeichnung des „charakteristischen Porenkanals". Die Untersuchung der Strömung durch diesen Porenkanal muß dann das Ergebnis der gesamten Strömung repräsentieren.

Es ist zu erkennen, daß bei der „Parallelströmung" durch ein poröses System in Richtung der Filtergeschwindigkeit die tatsächliche Bewegung der Wasserteilchen auf gekrümmten Bahnen im Raum erfolgt. Es handelt sich um einen Vorgang, der zwei verschiedene Betrachtungsweisen zuläßt. Die Gesamtströmung durch ein Filter ist die Summe aller Teilströmungen in den Porenkanälen. Die tatsächliche Strömung im kleinen, der direkten Beobachtung und Messung nicht zugänglichen, Porenbereich bildet also das Element der Gesamtströmung. Zu unterscheiden sind also die Detailbetrachtung der „Mikrohydraulik" und die Pauschalbetrachtung der „Makrohydraulik". Eine Aufgabe der Makrohydraulik ist z. B., die Wassermenge zu ermitteln, die bei einem vorhandenen Druckgefälle in einer bestimmten Zeit durch ein Sandfilter fließt. Die Aufgabe der Mikrohydraulik ist es dagegen, den innerhalb der einzelnen Porenkanäle auftretenden Strömungsvorgang zu beschreiben. Sie behandelt also im engeren Sinne die Frage, *wie* das Wasser durch

den Porenraum fließt, d. h. auf welchen Wegen und mit welcher Geschwindigkeit. Die Filtergeschwindigkeit v_f und die sogenannte „wahre Grundwassergeschwindigkeit" $v_w = \frac{v_f}{\varepsilon}$ (ε = relative, effektive Porenfläche) sind typische Makrogrößen und erlauben keine Aussagen über den tatsächlichen Strömungsvorgang.

Wieweit die Ergebnisse der „Makrohydraulik" ausreichend sind, ist lediglich eine Frage der Aufgabenstellung. Wissenschaftlich logisch ist es jedenfalls, die Makrohydraulik aus dem tatsächlichen Strömungselement zu entwickeln. Es ist eine andere Frage, ob die Schwierigkeiten bei diesem Vorgehen sehr groß oder sogar unüberwindbar sind. Aber anders wird es unmöglich sein, eine allgemeine Begründung des Widerstandsgesetzes für die Filterströmung zu geben oder die Grenzen verschiedener Strömungszustände festzulegen.

Seit Begründung der Grundwasserhydraulik durch DARCY (1856) [2] hat man sich jetzt seit mehr als hundert Jahren mit sehr vielfältigen Problemen der Grundwasserströmung befaßt, ohne daß es bisher auf der Grundlage der Mikrohydraulik zur Formulierung einer allgemeinen hydrodynamischen Theorie für die tatsächliche Strömung durch den Porenraum eines Filtersystems gekommen ist. Soweit aus der Literatur „Theorien der Grundwasserbewegung" bekannt sind, z. B. LUEGER [13], FLÜGEL [6], GANSLOSER [7], SCHNEEBELI [20], handelt es sich immer um die Aufstellung des makroskopischen Widerstandsgesetzes der Strömung.

Es ist möglich, mit den Ergebnissen der Makrohydraulik viele praktische Fragen der Grundwasser- und Sickerströmung in porigen Böden mit einer ingenieurmäßig ausreichenden Genauigkeit befriedigend zu lösen.

Es ist jedoch nicht möglich, das empirisch (makroskopisch) ermittelte Widerstandsgesetz streng zu begründen oder den Strömungszustand zu kennzeichnen ohne die Untersuchung der t a t s ä c h l i c h e n Strömung im Porenbereich, d. h. ohne die Kenntnis der Mikrohydraulik. Die Makrohydraulik ist ebenso außerstande, Aussagen über die Einzelbewegungen bestimmter Wasserteilchen während des Strömungsablaufes im Porenraum zu machen.

3. Theoretische Untersuchung der Porenströmung

3.1. Anwendbarkeit der klassischen Hydromechanik

Nach der klassischen Hydromechanik läßt sich die Flüssigkeitsbewegung durch die Bewegungsgleichung, die Kontinuitätsgleichung (Raumgleichung) und die Randbedingungen eindeutig beschreiben. Es sind jedoch einige Überlegungen erforderlich, ob diese Ansätze grundsätzlich auch im Bereich der sehr kleinen Porenräume gelten. Damit ist gleichzeitig die Frage nach der Gültigkeitsgrenze der klassischen Ähnlichkeitsmechanik gestellt. Beim Übergang vom Makro- zum Mikrobereich kann die dynamische Ähnlichkeit dann nicht mehr gewährleistet sein, wenn im

Mikrobereich solche Kraftwirkungen Bedeutung erlangen, die im Makrobereich immer vernachlässigt werden dürfen. In der gewöhnlichen Hydromechanik ist das von den Oberflächen der geometrischen Ränder beeinflußte Flüssigkeitsvolumen sehr klein im Verhältnis zu der gesamten strömenden Flüssigkeitsmenge. In der Mikrohydraulik kann sich dieses Verhältnis jedoch soweit verschieben, daß möglicherweise das gesamte Porenwasser den von den Kornoberflächen ausgehenden Nahkräften unterliegt.

3.2. Wirkung von Oberflächenkräften im Porenraum

Nach MERKEL, ELLER & DICK [16] soll die Bewegung des Grundwassers in feinkörnigen Sandschichten wesentlich von der „Haftfestigkeit" des Porenwassers abhängig sein. Das Porenwasser bleibt hiernach bis zu einer bestimmten Grenze des Druckgefälles überhaupt in Ruhe, ehe nicht der sogenannte Anfangswiderstand durch Abscheren der Bindungskräfte überwunden wird. Es soll also die Fließgeschwindigkeit schneller zunehmen als das Gefälle, bis schließlich die normale „laminare" Strömung erreicht wird. Die Bereiche der verschiedenen Strömungsbedingungen kommen in der Abb. 1 zum Ausdruck. Bei feinem, chemisch inertem Quarzsand wird die Bindung des Wassers der „Kapillarkraft" zugeschrieben.

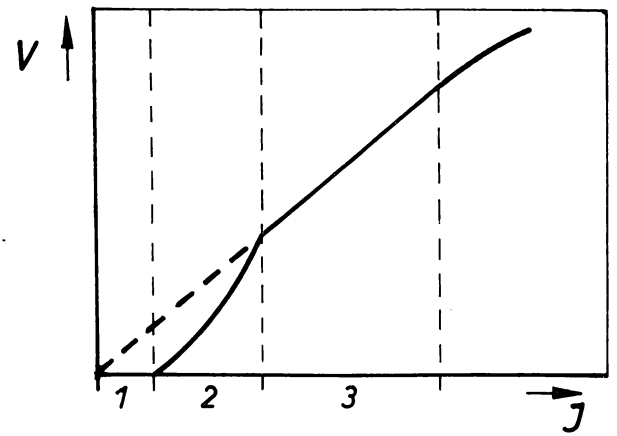


Abb. 1

Auch MÜLLER-DELITZSCH [17] nimmt einen „freien Durchflußquerschnitt" an, der mit dem Druck bzw. der Fließgeschwindigkeit des Grundwassers veränderlich sein soll. Der freie Durchflußquerschnitt ergibt sich durch die Verringerung des geometrischen Querschnitts infolge des hygroskopisch und „kapillar" gebundenen Wassers. Zweifellos ist der Begriff der Kapillarkraft in diesem Zusammenhang verfehlt, da diese nur im Dreiphasensystem (Luft, Wasser, Korngerüst) als Resultierende der Oberflächenspannung der gekrümmten Wasseroberfläche (gegen Luft) auftreten kann.

Zwar wirken im kapillaren Porenraum zusätzlich Kräfte; sie sind aber nicht an den engen Kapillarsaum gebunden, sondern immer in der Nähe der Oberfläche der festen Phase vorhanden. Es muß hier von auf das Wasser wirkenden Oberflächenkräften des Korngerüstes gesprochen werden.

Es ist bekannt, daß feindisperse Systeme infolge der „freien Oberflächenenergie" Wasserhüllen um die einzelnen Festpartikel zu binden vermögen. Der Begriff der freien Oberflächenenergie leitet sich aus der bei der Benetzung der Bodenpartikel frei werdenden Wärmeenergie ab (Pouillet), ohne daß bisher rechnerisch daran angeschlossen werden konnte. Bei der Benetzung der Kornoberfläche bildet sich die Hülle des hygroskopischen Wassers, das unter hohem Druck steht und durch die Molekularkräfte der Kornoberfläche „fest gebunden" ist. Die Grenzdicke der hygroskopischen Hülle ist erreicht, wenn bei weiterer Wasserzufuhr keine meßbare Benetzungswärme mehr entsteht. Wasser, das sich den hygroskopischen Hüllen auflagert, ist nach der Bezeichnung von ZUNKER [24] Haftwasser in Form des Häutchenwassers. Das Häutchenwasser unterliegt nicht mehr der von der festen Oberfläche ausgehenden Kraftwirkung. Diese Vorstellung von dem an der Oberfläche der festen Partikel als doppelte Hülle gebundenen Wasser bezieht sich auf das Dreiphasensystem (Luft — Wasser — Korngerüst). Hierbei überlagert sich der Adsorption des Wassers an der festen Oberfläche die Wirkung aus der Oberflächenspannung des Wassers gegen die Luft. Die Anlagerung des Haftwassers ist auf die von der Luftseite des Porenraumes her wirkenden Oberflächenkräfte zurückzuführen. Das bedeutet, daß im vollständig mit Wasser erfüllten Porenraum die Haftung des Häutchenwassers verlorengeht, während die Bindung des hygroskopischen Wassers auch im Zweiphasensystem (Wasser—Korngerüst) erhalten bleibt. Der von den Oberflächenkräften nicht mehr beeinflußte Bereich wird als spannungsfreies Porenvolumen bezeichnet. Für reinen Quarzsand ergibt sich dieses durch Verminderung des Gesamtporenraumes um das von dem hygroskopischen Wasser eingenommene Volumen.

Aus der Abnahme der Benetzungswärme mit wachsender Schichtdicke des hygroskopischen Wassers ist zu schließen, daß die Bindungskraft mit der Entfernung von der Kornoberfläche sehr schnell abnimmt. Es gibt also außen weniger fest gebundene Wasserschichten. Wenn die „abscherende" Kraft aus der Strömung im spannungsfreien Porenraum die Bindungskraft überwindet, könnte auch die Randzone der hygroskopischen Hülle von der Bewegung erfaßt werden. Allein dieser Strömungsbereich würde dann auch der Oberflächenkraft des Korngerüstes unterliegen. Da die Verteilung der Oberflächenkräfte größenmäßig vorläufig nicht bekannt ist, können die Strömungsbedingungen, die eine Mobilisierung der hygroskopischen Hülle bewirken, nicht angegeben werden.

Es läßt sich allerdings abschätzen, daß bei reinem Quarzsand die Wirkung der Oberflächenkräfte auf die Porenströmung überhaupt vernachlässigt werden darf. Die Schichtdicke des hygroskopisch gebundenen Wassers nimmt mit der Korngröße ab. Die hygroskopische Wasseraufnahme steigt jedoch infolge der Zunahme

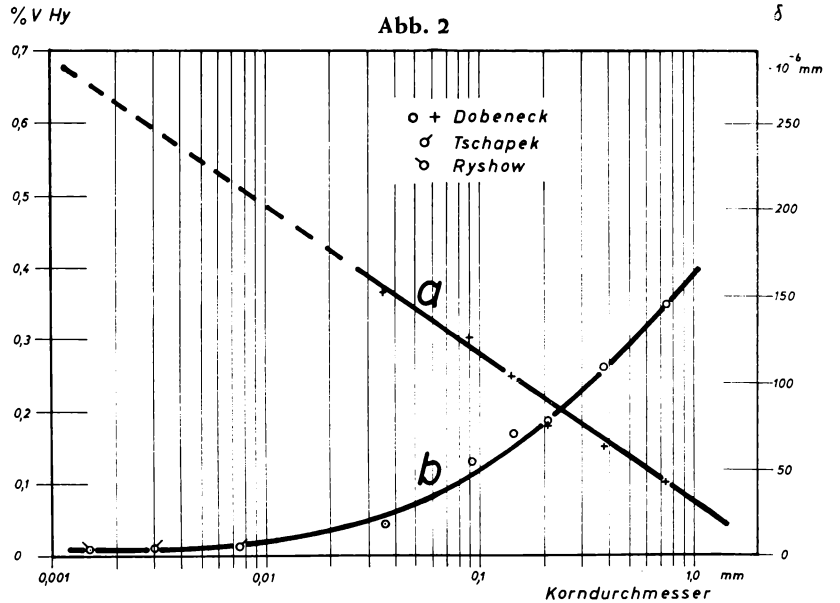


Abb. 2

der spezifischen Oberfläche in Richtung der kleineren Kornfraktionen an. Dieser Zusammenhang ist erkennbar aus dem Diagramm Abb. 2, das nach den Angaben von DOBENECK [3] für die hygroskopische Wasseraufnahme verschiedener Quarzfraktionen aufgestellt wurde. Unter der Annahme, daß die einzelnen Kornfraktionen aus Kegeln gleichen Durchmessers in dichtester Lagerung bestehen, beträgt das gebundene (hygroskopische) Wasservolumen für d = 0,1 mm: 1,1%, für d = 0,01 mm: 1,9% und für d = 0,00015 mm: 2,5% des gesamten Porenvolumens.

Bei der engsten tetraedrischen Lagerung von Kugeln gleichen Durchmessers (d) besteht der kleinste Porenquerschnitt aus einem von Kreisbogenabschnitten begrenzten Dreieck mit der Fläche 0,0403 · d^2 (Abb. 3). Durch die hygroskopische

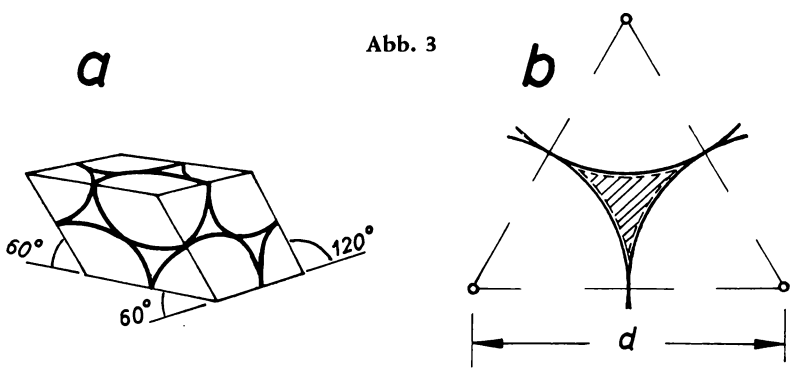


Abb. 3

Wasseranlagerung verringert sich dieser Querschnitt um $U \cdot d = \Pi \cdot d \cdot /2$. Die Abnahme beträgt für d = 0,1 mm: 2,1%, für d = 0,01 mm: 2,3% und für d = 0,0015 mm: 9,5%. Hieraus folgt, daß sogar bei dem feinsten (gleichförmigen) Schluffkorn aus Quarzmaterial der von den Oberflächenkräften beeinflußte Bereich volumen- und querschnittsmäßig sehr klein ist und Veränderungen der Porenströmung infolge des „Abscherens" des gebundenen Wassers überhaupt nicht in Betracht zu ziehen sind. Natürliche Sande mit breiter Kornverteilung haben durchschnittlich ein relatives Porenvolumen von 35—40%. Der Anteil des vom hygroskopischen Wasser eingenommenen Porenraumes wird somit noch kleiner gegenüber der vorher angenommenen dichtesten Kugellagerung. Allerdings können bei einem Gemisch verschiedener Korngrößen Querschnitte entstehen, die kleiner sind als die engsten Querschnitte bei Haufwerken gleicher Korngröße. Wie aber die mikroskopische Untersuchung an Bodenanschliffen von natürlichen Sanden zeigt, treten auch bei dichtester Lagerung keine Querschnitte auf, die kleiner sind als die für die Schluff-Fraktion mit d = 0,0015 mm berechneten.

Die von MERKEL, ELLER & DICK angenommene Beeinflussung der Strömung durch „Oberflächenkräfte" bei kleinen Gefällen trifft zumindest für Systeme aus Quarzmaterial (Sande) nicht zu, wie u. a. auch die Durchlässigkeitsversuche von MEINZER & FISHEL [15] an Feinsanden gezeigt haben. Die hydrodynamischen Grundgleichungen sind also auch auf die Strömung durch Quarzsandschichten mit kleinsten Kornfraktionen anwendbar.

Obwohl sich die vorliegende Untersuchung auf porige Haufwerke aus Quarzmaterial beschränkt, ist zu erwähnen, daß die hydrodynamischen Bedingungen im Porenraum durch das Vorhandensein von Tonmineralien wesentlich geändert werden. Nach ENGELHARDT & TUNN [5] nimmt die Durchlässigkeit von Lias-Sandsteinen für Wasser bereits bei einem geringen Tongehalt (5%) stark ab gegenüber der Durchlässigkeit für unpolare Flüssigkeiten (z. B. Tetrachlorkohlenstoff). Infolge der Dipolwirkung der Wassermoleküle werden je nach dem Kationenbelag der Oberfläche der Tonminerale mehr oder weniger starke Schichten von Hydrationswasser gebunden. Der Kationenbelag ist eine Funktion der Austauschfähigkeit der Tonminerale und des Elektrolytgehaltes des Wassers. Die Schichtdicke des Hydrationswassers ist in jedem Fall wesentlich größer als die der an der Oberfläche des Quarzmaterials gebundenen hygroskopischen Wasserhülle.

Die von physiko-chemischen Vorgängen beeinflußte Geometrie des durchströmten Porenraumes ist außerdem nicht konstant, da Bindungskräfte der äußeren Schichten des Adsorptionswassers bei größerer Strömungsgeschwindigkeit überwunden werden können. Hierdurch vergrößert sich der Durchströmungsquerschnitt. Die Strömung im Randbereich unterliegt also der Wirkung der Oberflächenkräfte, die als Erhöhung der Viskosität des Wassers aufgefaßt werden kann. In Tonen ist trotz des großen relativen Porenraumes (35 bis 50%) das Porenwasser weitgehend adsorptiv gebunden, so daß in diesem Fall in der Mikrohydraulik die

Wirkung der Oberflächenkräfte berücksichtigt werden muß (LOW [12], LUTZ & KEMPER [14]).

3.3 Ansatz der NAVIER-STOKESschen Gleichung

Im Falle der makroskopisch eindimensionalen gleichförmigen Strömung in Richtung der Filtergeschwindigkeit (Parallelströmung) durch eine makroskopisch homogene und isotrope Sandschicht bewegt sich das einzelne Flüssigkeitsteilchen innerhalb des Porennetzes auf einer räumlich gekrümmten Bahn (Abb. 4).

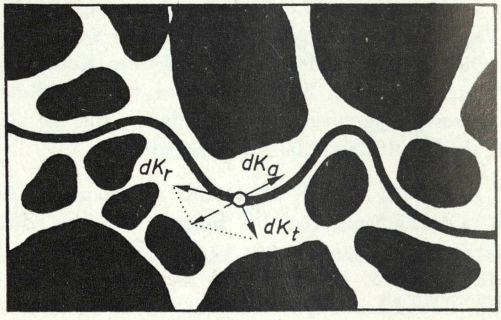


Abb. 4

Infolge der Wirkung der „treibenden" Kraft (Außenkraft) $d\overline{K}_a$ und der Reibungskraft $d\overline{K}_r$ erhält das Flüssigkeitselement die Beschleunigung $\overline{b}$.

Es gilt: $$dm \cdot \overline{b} = d\overline{K}_a + d\overline{K}_r \qquad (1)$$

oder mit der D'Alembertschen Trägheitskraft $d\overline{K}_t$

$$d\overline{K}_a + d\overline{K}_t + d\overline{K}_r = O \qquad (2)$$

Dieser Zusammenhang wird durch die allgemeine Bewegungsgleichung von Navier-Stokes ausgedrückt. In der Vektorschreibweise nach HUBBERT [9]:

$$\rho \left(\overline{g} - \frac{1}{\rho} \cdot \operatorname{grad} p \right) dV = \rho \left(\frac{D\overline{v}}{Dt} \right) \cdot dV - \mu \left[\nabla^2 \overline{v} + \frac{1}{3} \nabla\nabla \overline{v} \right] dV \qquad (3)$$

Hierin ist p der mikroskopische Druck und $\overline{v}$ der mikroskopische Geschwindigkeitsvektor des Flüssigkeitsteilchens. Mit

$$\frac{D\overline{v}}{Dt} = \frac{\partial \overline{v}}{\partial t} + \overline{v} \cdot \nabla v \quad \text{sowie} \quad \frac{\partial \overline{v}}{\partial t} = O \quad \text{und} \quad \nabla \overline{v} = O$$

für die stationäre Bewegung des Wassers (inkompressibel) vereinfacht sich (3) zu:

$$\rho \left[\overline{g} - \left(\frac{1}{\rho} \right) \operatorname{grad} p \right] dV = \rho \left(\overline{v} \cdot \nabla \overline{v} \right) dV - \mu \left(\nabla^2 \overline{v} \right) dV \qquad (4)$$

Eine Lösung dieser (nichtlinearen) Differentialgleichung hat sich bisher als unmöglich erwiesen. Die Integration über einen diskreten Porenkanal scheitert allein daran, daß es nicht möglich ist, die geometrischen Randbedingungen zu formulieren. Bisher konnte nicht einmal die Bewegungsgleichung für die Strömung in einer räumlich gekrümmten Kapillare von ständig veränderlichem Querschnitt gelöst werden. Tatsächlich handelt es sich aber nicht um einzelne voneinander unabhängige Strömungskanäle. Die Poren sind in kurzen Abständen — nach jedem Sandkorn — untereinander verbunden. In dem ausgewählten diskreten Porenkanal ergibt sich an jedem Netzpunkt eine weitere Randbedingung für den mikroskopischen Druck, die erst nach Korrelation aller Porenkanäle angegeben werden könnte. Die hierin liegende Aufgabe ist aber praktisch unlösbar.

Die aufgestellte Bewegungsgleichung rückt erst dann einer Lösung näher, wenn sich bei der Integration über ein makroskopisches Volumen durch die Mittelwertbildung über alle Flüssigkeitsteilchen wesentliche Vereinfachungen ergeben. So verschwinden bei der makroskopischen Parallelströmung insgesamt die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zur Fließrichtung, während der Mittelwert der Geschwindigkeitskomponenten in der Fließrichtung, die mittlere wahre Fließgeschwindigkeit, der Filtergeschwindigkeit proportional ist. Unter der Voraussetzung, daß bei kleinen Geschwindigkeiten noch die Trägheitskräfte vernachlässigt werden dürfen, folgt aus der Bewegungsgleichung für den makroskopischen Bereich das DARCYsche Gesetz, wobei allerdings der Geometrieparameter des Porenraumes im einzelnen unbestimmt bleibt (HUBERT [9], IRMAY [10]). Hieraus ist im übrigen zu erkennen, daß das lineare DARCYsche Gesetz grundsätzlich eine Vereinfachung darstellt, die nur solange zulässig ist, wie die Trägheitskräfte (obere Grenze) und die Oberflächenkräfte (untere Grenze) vernachlässigt werden dürfen.

Wie sich gezeigt hat, sind die Schwierigkeiten bei der allgemeinen Beschreibung der Mikroströmung innerhalb des Porennetzes unüberwindlich, auch wenn die Untersuchung vereinfachend auf einen diskreten „charakteristischen" Porenkanal beschränkt wird. Es ist deshalb erklärlich, daß versucht wurde, durch weitere Vereinfachungen in der Geometrie des Porenraumes zu Modellen zu gelangen, die einer mathematischen Behandlung zugänglich sind und wenigstens näherungsweise das Verhalten der Strömung wiedergeben.

3.4. Kapillarmodelle

Allen vereinfachten Modellen der Porenraumgeometrie ist gemeinsam, daß in ihnen das zusammenhängende Porennetz in einzelne unabhängige Porenkanäle aufgelöst wird. SLICHTER [22] hat als erster die Strömung durch den Hauptporenkanal von regelmäßig gelagerten Kugeln gleichen Durchmessers untersucht. Die Achse dieses Porenkanals ist räumlich gekrümmt. Der Querschnitt ist innerhalb der Porenlänge längs der Achse nach Form und Größe ständig veränderlich. SLICHTER bezog die Strömung durch diesen Porenkanal auf eine

gerade kreisrunde Kapillare mit der Querschnittsfläche des dem engsten Porenquerschnitt eingeschriebenen Dreiecks unter der Annahme, daß sich dann gerade die Fehler aus der Krümmung der Achse und der Veränderlichkeit des Querschnitts aufheben. Abgesehen von der Unsicherheit in diesen Annahmen kommt der regelmäßigen Lagerung von Kugeln gleicher Größe in der Praxis kaum eine Bedeutung zu. Bei den natürlichen Sanden handelt es sich im allgemeinen um mehr oder weniger dicht gelagerte heterogene Korngemische, wobei die Körner meist nicht kugelförmig ausgebildet sind.

Das Vorgehen von SLICHTER zeigt bereits, daß die zur mathematischen Behandlung erforderlichen Vereinfachungen so einschneidend sind, daß man sich aus dem „Näherungsbereich" entfernt. Solche Näherungen können im makroskopischen Bereich noch zulässig sein, wenn etwa der Geometrieparameter für das Widerstandsgesetz aufgestellt werden soll. Hinsichtlich der Strömungsbedingungen im einzelnen Porenraum ergeben sich dabei jedoch derartige Veränderungen, daß von einer Näherung nicht mehr gesprochen werden kann. Die veränderliche Geschwindigkeitsverteilung in den verschiedenen Querschnitten des durchströmten Porenraumes läßt sich in keiner Weise durch die Strömung in einer geraden Kapillare von gleichbleibendem Querschnitt kennzeichnen.

Insofern haben die verschiedenen anderen Kapillarmodelle (SCHEIDEGGER [19], EMERSLEBEN [4] u. a.) lediglich Bedeutung für den makroskopischen Bereich, wenn es möglich ist, die durch die Vereinfachung zunächst eingeführten Fehler durch einen zusätzlichen pauschalen makroskopischen Parameter (z. B. die „Tortuosität") zu korrigieren. Das Problem wird damit meistens auf die Bestimmung des Korrekturparameters verlagert.

3.5. Folgerungen

Obwohl die Gesetze der klassischen Hydromechanik grundsätzlich auf die Strömung innerhalb des Porensystems einer Sandschicht anwendbar sind, scheitert die Lösung der allgemeinen Bewegungsgleichung an der Erfassung der komplexen Porenraumgeometrie. Wird das Porensystem soweit vereinfacht, daß die mathematische Behandlung zugänglich wird, dann sind die Strömungsbedingungen im Porenraum so wesentlich geändert, daß die Modellströmung der tatsächlichen Strömung auch nicht annähernd entspricht.

Somit sind offenbar die theoretischen hydrodynamischen Ansätze zur Behandlung der mikroskopischen Strömung im Porenraum erschöpft, und die weitere Aufgabe besteht darin, nach anderen Wegen zu suchen, die doch zum Verständnis der mikrohydraulischen Vorgänge führen.

4. Empirische Analyse der Porenströmung

Nachdem der theoretische Ansatz und auch Näherungslösungen (an Modellen) nicht zum Ziel führen, bleibt schließlich die Möglichkeit, die Porenströmung experimentell zu untersuchen.

Es ist bekannt, daß man unter Verwendung von Farbstoffen die parabolische Geschwindigkeitsverteilung bei der Laminarströmung in einer Kapillare sichtbar werden lassen kann und daß REYNOLDS [18] den Übergang von der laminaren zur turbulenten Rohrströmung infolge der Instabilität eines eingefärbten Stromfadens beobachten konnte.

Auch hat LINDQUIST [11] die Färbung benutzt, um in einem als „Perlschnurkapillare" idealisierten Porenkanal das ruhende und das strömende Porenvolumen zu unterscheiden. CARMAN [1] schloß aus der beobachteten Abweichung eines Farbstromfadens von der makroskopischen Fließrichtung auf den Tortuositätsfaktor eines aus Kugeln aufgebauten Systems. Durch die größere Streuung eines Farbstoffadens in einem Sandfilter bei Steigerung der Fließgeschwindigkeit versuchte SCHNEEBELI [21], die Turbulenzgrenze der Filterströmung anzugeben.

Die Untersuchung der Grundwasserverhältnisse hinsichtlich Fließrichtung und -geschwindigkeit bildet jedoch selbst, wie eingangs erwähnt, das klassische Anwendungsgebiet der Kennzeichnung der Strömung durch Indikatoren. Die treue Anzeige setzt voraus, daß die einem Indikatorpartikel benachbarten Wasserteilchen auch während der gesamten Strömung diesem benachbart bleiben. Das gilt für den laminaren Bereich der Grundwasserströmung.

Der Indikator läßt bei direkter Beobachtung die jeweilige Geschwindigkeit der Wasserteilchen erkennen und bildet bei kontinuierlicher Zugabe in der stationären Strömung die Bahnlinien ab. Voraussetzung ist hierfür weiter, daß die Auswirkung der Diffusion des Indikators über die Beobachtungsdauer sehr klein sein muß. Auch ist die Auswahl des Indikators so zu treffen, daß er nicht durch chemische Reaktion oder Ionenaustausch an den Oberflächen der festen Phase beeinflußt wird. Es ist selbstverständlich, daß der Indikator hinsichtlich der Viskosität, der Dichte und der Temperatur die primären Strömungsbedingungen nicht wesentlich verändern darf.

Als Indikatoren kommen neben Farbstoffen hauptsächlich noch Elektrolyte und radioaktive Isotope in Betracht, die chemisch oder elektrisch bzw. auf Grund der radioaktiven Strahlung nachgewiesen werden können.

Die Auswertung zahlreicher Indikatorversuche zeigt eine auffällige „Streuung" des anfänglich eng begrenzten Indikatorvolumens (z. B. Zugabe in einer Bohrung) während der Strömung durch den porigen Grundwasserleiter.

Die frühere Deutung dieser Erscheinung von THIEM [23] als Wirkung der molekularen Diffusion ist nicht aufrechtzuerhalten, da der Diffusionskoeffizient der verwendeten Indikatoren um drei bis fünf Zehnerpotenzen zu klein ist, um damit die beobachtete Indikatorverteilung erklären zu können. Vielmehr ist die „hydrodynamische Dispersion" eine typische Eigenschaft der vernetzten Strömung in einem Filtersystem. Es ist auch ohne weiteres einzusehen, daß die in einem bestimmten Filterquerschnitt gleichzeitig gestarteten Indikatorteilchen auf Grund der

vorhandenen Geschwindigkeitsverteilung der Porenströmung über den Porenquerschnitt und des ständigen Wechsels dieser Verteilung längs der Achse des „Porenkanals" einen zweiten Filterquerschnitt zu verschiedenen Zeiten passieren müssen. Bei eindimensionalen Filterströmungen ist also eine longitudinale Indikatorverteilung zu beobachten, die ein Geschwindigkeitsspektrum der Strömung wiedergibt.

Ein dem Diffusionsgesetz ähnlicher statistischer Ansatz gestattet die Auswertung der Indikatorversuche und führt auf einen „Dispersionskoeffizienten". Daraus kann ein Parameter der hydraulisch wirksamen Geometrie des Porenraumes des Filtersystems abgeleitet werden. Der „Dispersionskoeffizient" muß versuchsmäßig bestimmt werden[1]). Mit der für die Auswertung der Indikatorversuche benutzten statistischen Theorie kann gleichzeitig die Mikrohydraulik im porigen Grundwasserleitern umschrieben werden.

5. Literatur

[1] CARMANN, P. C.: Fluid flow through granular beds. — Trans. Inst. Chem. Engrs. **15,** S. 150—166.

[2] DARCY, H.: Les fontaines publiques de la ville de Dijon. — Bd. **1,** 647 S., Paris/Dijon 1856.

[3] DOBENECK, A.: Untersuchungen über das Adsorptionsvermögen und die Hygroskopizität der Bodenpartikel. — Forschungen auf dem Gebiet der Agrikultur-Physik **15,** S. 198, 1892.

[4] EMERSLEBEN, O.: Das Darcysche Filtergesetz. — Physikalische Z., **26,** S. 601—610, 1925.

[5] ENGELHARDT, W., & W. TUNN: Über das Strömen von Flüssigkeiten durch Sandsteine. — Heidelberger Beitr. Min. Petrogr., **4,** S. 12, 1954.

[6] FLÜGEL, K.: Kritische Untersuchung über die Theorien der Grundwasserbewegung und ihre Anwendung auf die vollkommenen Brunnen. — Diss., Karlsruhe 1928.

[7] GANZLOSER, E.: Beitrag zur Theorie der Grundwasserströmung. — Gesundheitsingenieur, **71,** S. 50—55, 1950.

[8] HALL, W. A.: An analytic deviation of the Darca equation. — Trans. Am. Geophysical Union, **37,** S. 185—188, 1956.

[9] HUBBERT, M. K.: Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids. — Trans. Amer. Min. and Met. Engrs., **207,** S. 222—239, 1956.

[10] IRMAY, S.: An the theoretical derivation of Darcy and Forchheimer formulas. — Trans. Amer. Geophys. Union, **39,** H. 4, S. 702—707, 1958.

[11] LINDQUIST, E.: On the flow of water through porous soil. — 1er Congrès des Grands Barrages, Bd. **5,** S. 81—101, Stockholm 1933.

[12] LOW, P. F.: Viscosity of water in clay systems. — Proc. 8th National Conf. on Clays and Clay minerals, Norman (Oklahoma), S. 170—182, New York 1960.

[13] LUEGER, O.: Theorie der Bewegung des Grundwassers in den Alluvionen der Flußgebiete. — 66 S., Stuttgart 1883.

[14] LUTZ, J. F., & W. D. KEMPER: Intrinsic permeability of clay as affected by clay-water interaction. — Soil Science, **88,** S. 83—90, 1959.

[15] MEINZER, O. E., & V. C. FISHEL: Tests of permeability with low hydraulic gradients. — Trans. Amer. Geophys. Union, **15,** S. 405—409, 1934.

[16] MERKEL, ELLER & DICK: Untersuchung über Grundwasserströmung. — Gas- und Wasserfach, **90,** S. 238—242, 1949.

[1]) Ein umfangreiches Versuchsprogramm wurde in den Jahren 1961—1963 am Geologischen Institut der TH Hannover (Institutsdirektor: Prof. Dr. G. KELLER) durchgeführt. Die Ergebnisse werden in nächster Zeit veröffentlicht.

[17] MÜLLER-DELITZSCH, G.: Grundlagen der Grundwassergewinnung. — 72 S., Fachbuchverlag Leipzig 1951.

[18] REYNOLDS, O.: London Phil. Trans., **174,** S. 935, 1883.

[19] SCHEIDEGGER, A. E.: Theoretical models of porous matter. — Producers Monthly, **17,** 10, S. 17—23, 1953.

[20] SCHNEEBELI, G.: Sur la théorie des écoulements de filtration. — Houille-Blanche, **8,** No. Spec. A, S. 186—192, 1953.

[21] —: Expériences sur la limite de validité de la loi de Darcy et l'apparition de la turbulence dans un ecoulement de filtration. — Houille Blanche, **10,** 2, S. 141—149, 1955.

[22] SLICHTER, Ch., S.: Theoretical investigation of the motion of ground waters. — US Geol. Survey, 19th Ann. Rept. 1897—98, S. 295—383, Washington 1899.

[23] THIEM, G.: Hydrologische Methoden. — Thiems Hydrologische Sammlung, Bd. **1,** H. 2, 31 S., A. Kroner, Leipzig 1926.

[24] ZUNKER, F.: Das Verhalten des Bodens zum Wasser. — In: BLANK, E.: Handbuch der Bodenlehre, Bd. **6,** 1930.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Berichte der Naturhistorischen Gesellschaft Hannover

Jahr/Year: 1968

Band/Volume: BH_5

Autor(en)/Author(s): Kühn Herbert

Artikel/Article: Möglichkeiten zur Untersuchung der Mikrohydraulik des Grundwassers 59-73