Unterſuchungen
über den
Lichtwechſel des Veränderlichen *α* Cassiopeiae.

Von Dr. HEINRICH PLATE, Bielefeld.

Die Beobachtung der Helligkeitsſchwankungen eines Objekts wie α Cassiopeiae hat in mehr als einer Hinſicht ſeine großen Schwierigkeiten. Es ſind nicht bloß die Geringfügigkeit und die Unregelmäßigkeit des Lichtwechſels, die eine eingehende Verfolgung des Veränderlichen als wenig ausſichtsvoll erſcheinen laſſen; es fallen vor allem die eigne große Helligkeit von α Cassiopeiae und ſeine von den geeigneten Vergleichſternen ſo ſehr verſchiedene Farbe als unvermeidliche Quellen von Auffaſſungsfehlern ſofort in die Augen. Um ſo mehr iſt anzuerkennen, daß eine Reihe von tüchtigen Beobachtern auf dem Gebiete der Fixſternphotometrie auch auf dieſen Vertreter des Oriontypus ihre Aufmerkſamkeit ausgedehnt und ihn auf längere oder kürzere Zeit in ihr Programm aufgenommen haben. Iſt doch grade für unſere Breiten α Cassiopeiae als Zirkumpolarſtern ein Objekt, das faſt das ganze Jahr hindurch in allen Stundenwinkeln, in allen Lagen zum Dämmerungsſegmente zu beobachten iſt. Es dürfte demnach keine großen Schwierigkeiten bieten, dichtbeſetzte Beobachtungsreihen zu erzielen, wie ſie grade für all die Fragen, die Gegenſtand der folgenden Unterſuchung ſein ſollen, von ausſchlaggebender Bedeutung ſind; die Fortſetzung der mir bisher zugegangenen Reihen iſt daher ſehr zu empfehlen.

Über den ungefähren Charakter der Lichtſchwankung von α Cassiopeiae hatte ich mich ſchon früher durch Berechnung einer kurzen, mir damals zugänglichen Reihe von J. Plaßmann orientiert und glaubte an verſchiedenen Stellen der reſultierenden Lichtkurve eine Wiederkehr der Lichtphaſen in einer Periode von etwa 26^{d} annehmen zu dürfen. Die Durchsicht der A. N. nach Angaben über den Lichtwechſel von α Cassiopeiae führte dann auf eine

Abhandlung von J. Schmidt in Band 45 der A. N., die meine, aus einer nur so kurzen Reihe gewonnenen Reſultate zu beſtätigen ſchien. Inzwiſchen war mir durch die gütige Vermittelung meines verehrten Lehrers, des damaligen Direktors der Straßburger Sternwarte, Herrn Profeſſor Dr. Becker, ein Verzeichnis des vorhandenen Beobachtungsmaterials zugegangen; außerdem ſandten mir die Herren Menze, Landwehr, von Stempell und Hornig ihre Beobachtungsreihen und Herr Profeſſor Dr. Küſtner zu Bonn geſtattete mir die Abſchrift der zahlreichen Beobachtungen von J. Schmidt aus den Originalbeobachtungsbüchern. Es ſchien mir daher eine nicht undankbare Aufgabe zu ſein, im Zuſammenhange alle größeren Beobachtungsreihen nach einem, die gefährlichſten Fehlerquellen möglichſt eliminierenden Prinzip zu reduzieren, um womöglich einige Geſetzmäßigkeit im Lichtwechſel von α Cassiopeiae zu konſtatieren und damit Anhaltspunkte zu bieten für die Erklärung der Helligkeitsſchwankungen. In der vorliegenden Arbeit teile ich zunächſt nur die Ergebniſſe der Beobachtungen von J. Plaßmann mit.

Allgemeine Bemerkungen zur Methode der Reduktion.

Es ſei hier kurz das bei allen Beobachtungsreihen angewandte Reduktionsverfahren erklärt und begründet. Alle herangezogenen Helligkeitsbeſtimmungen beruhen auf Stufenſchätzungen. Der ſchwierigſte Punkt, der dem Berechner einer ausgedehnten, nur auf Schätzungen beruhenden Beobachtungsreihe gleich im Anfang entgegentritt, iſt die Wahl eines geeigneten, gut begründeten Syſtems der Vergleichſterne. Man kann zwei grundſätzlich verſchiedene Wege einſchlagen. Vielfach entnimmt man die photometriſch anderweitig beſtimmten Vergleichſterne einem der bekannten Helligkeitskataloge und führt dann die Reduktion in der Weiſe, daß an die hierdurch definierten Fixpunkte der Helligkeitsſkala die einzelnen Beobachtungen mit dem richtigen Vorzeichen angebracht werden.

Den photometriſchen Wert, mit dem jede Stufe des Beobachters anzuſetzen iſt, ermittelt man am einfachſten durch Vergleichung des photometriſchen Intervalls zweier Vergleichſterne mit dem aus den Schätzungen indirekt und durch Mittelbildung gewonnenen Stufenintervall. Dieſes einfache, raſch zum Ziele führende Verfahren mag unter Umſtänden ganz angebracht ſein, beſonders wenn es ſich um einen Veränderlichen handelt, deſſen Veränderlichkeitsamplitude eine größere Anzahl von Größenklaſſen umfaßt; es muß aber bei einem Objekte, wie es uns hier beſchäftigt, als durchaus unzureichend ſich erweiſen. Bei nur ſchwacher Veränderlichkeit des Lichtes erreichen die unvermeidlichen Beobachtungsfehler nahezu die Werte des Lichtwechſels ſelbſt. Da man jedoch darauf angewieſen iſt, auch kleinere Schwankungen in den

erhaltenen Helligkeitswerten auf ihre Realität hin zu unterſuchen, ſo könnte es zu den verhängnisvollſten Irrtümern führen, falls man grundſätzlich den Stufenwert ohne Berückſichtigung der Quellen ſyſtematiſcher Änderungen dieſes Wertes als konſtant betrachten würde. Bei der Unterſuchung der Urſachen ſolcher Auffaſſungsſchwankungen denkt man zunächſt wohl an ſolche von ſäkularer Natur. Das Beſtehen einer ſäkularen Schwankung der Stufenweite läßt ſich ohne weiteres, auch wenn nicht ſo viele Beobachtungsreihen ſie beſtätigen würden, annehmen. Auch in der vorliegenden Arbeit wird der Charakter ſäkulärer Schwankungen der Stufenweite hervortreten; doch wird dieſen nur eine untergeordnete Bedeutung beigelegt. Weit gefährlicher nämlich als die ſäkularen Änderungen, die doch nur langſam ſich vollziehen und darum die Lichtkurve nur im Großen fälſchen können, iſt eine andere Art von Fehlerquellen, die hier eingehend beſprochen werden ſoll, und zwar handelt es ſich um den von J. Plaßmann ſo genannten Pannekockſchen Fehler. Um unnötige Umſchreibungen zu vermeiden, nennen wir den Variablen α und die Vergleichſterne β und γ, wobei β heller iſt als γ. Bildet man dann aus allen Beobachtungen, bei denen α an β und γ zugleich angeſchloſſen war, auf indirektem Wege die Stufendifferenz zwiſchen β und γ, ſo ſtößt man auf Zahlen, die ganz gewaltig um ihren Mittelwert ſchwanken und dieſes ſelbſt dann noch, falls man nur die Beobachtungen heranzieht, bei denen α mit ſeiner Intenſität zwiſchen γ und β einzuſetzen iſt. Noch größer wird die Abweichung, falls auch die Beobachtungen mitberückſichtigt werden, bei denen entweder $\alpha = \beta$ oder $\alpha = \gamma$ oder gar $\alpha > \beta$ oder $\alpha < \gamma$ geſchätzt wurde. Ein kurzer Überblick über den Zahlengang zeigt, daß in dem von uns zuerſt charakteriſierten Falle $\beta > \alpha > \gamma$ oder im »Summenfall« der Mittelwert aus allen Ergebniſſen $\beta - \gamma$ ſein Maximum erreicht, daß dieſer dann in den »Grenzfällen« $\alpha = \beta$ oder $\alpha = \gamma$ ſchon bedeutend kleiner iſt und daß gar in den »Differenzfällen« $\alpha > \beta$ oder $\gamma > \alpha$ der Mittelwert von $\beta - \gamma$ oft auf ein Viertel ſeines Maximalwertes ſinkt. Dieſelbe Feſtſtellung kann man natürlich auch bei den Stufendifferenzen etwaiger anderer Vergleichſterne machen. Trennt man auch hier den »Summenfall« von den »Grenz- und Differenzfällen«, ſo ſieht man ſofort, daß von einer durch Mittelbildung gewonnenen konſtanten Stufenſkala überhaupt nicht die Rede ſein kann, daß vielmehr, je nach der Phaſe des Lichtwechſels, in der ſich der Veränderliche gerade befindet, mindeſtens drei verſchiedene Skalen gleichberechtigt nebeneinander ſtehen. Trotzdem iſt die Scheidung in die drei beſagten Fälle nur erſt eine Annäherung an die tatſächlichen Verhältniſſe. Wenn man das Reſultat der bisher herangezogenen Mittelbildungen dahin formuliert, daß die aus den Schätzungen indirekt beſtimmte Stufenſkala

erheblich anders ausfällt, falls das Beobachtungsmaterial nach den Geſichtspunkten der Summen-, Grenz- und Differenzfälle zuſammengefaßt wird, ſo kommt man leicht zu der Verallgemeinerung, daß die fragliche Stufenſkala eine ſtetige Funktion der wahren Lichtintenſität des Veränderlichen iſt, alſo abhängt von einem Element, das gerade das Reſultat der ganzen Reduktion ſein ſoll. Ohne eine plauſible Annahme über die Beſtimmung der Fälle, in denen das Argument der Funktion, alſo die Lichtintenſität des Veränderlichen, den gleichen Wert hat, gelingt es nicht den Verlauf der Funktion empiriſch feſt zu legen. Nach dem oben Geſagten iſt jede Differenz des Veränderlichen gegen einen Vergleichſtern, wie ſie die Stufenſchätzung gibt, abhängig von dem unbekannten wahren Werte dieſer Differenz. Man kann demnach die Stufenzahlen in den Beobachtungsreihen mit vollem Recht als ſcheinbare Helligkeitsdifferenzen bezeichnen. Wir gehen nun von der Annahme aus, daß bei kleinen ſcheinbaren Differenzen ohne merklichen Fehler zu einer beſtimmten ſcheinbaren Differenz ſtets ein und dieſelbe wahre Differenz gehört, da kleine Intervalle erfahrungsgemäß ſtets am ſicherſten beſtimmt werden und auf dieſe die übrigen ſyſtematiſchen Fehler abſolut genommen den geringſten Einfluß haben. Eine einzelne Helligkeitsbeſtimmung beſteht, wenn ſie überhaupt zur Ableitung einer Stufenſkala herangezogen werden kann, immer aus Anſchlüſſen an zwei oder mehr Vergleichſterne. Die Beobachtungen interpolieren alſo den Veränderlichen in das Syſtem der Vergleichſterne; Extrapolationen ſind wenig geeignet. Unter dieſen Verhältniſſen muß die wahre Differenz der Helligkeit des Variablen gegen einen beſtimmten Vergleichſtern am kleinſten ſein und es iſt anzunehmen, daß dieſer kleinſten wahren Differenz auch die kleinſte der beobachteten ſcheinbaren Differenzen entſpricht und alſo die Beobachtungen in den weitaus meiſten Fällen den Vergleichſtern erkennen laſſen, dem der Veränderliche in Wirklichkeit am nächſten kommt mit ſeiner Helligkeit. Dieſe kleinſte ſcheinbare Differenz, die wir kurz als den kleinſten Anſchluß bezeichnen wollen, wird bei einer geeigneten Wahl des Vergleichſternſyſtems nur eine kleine Anzahl Stufen betragen, die den Lichtintenſitäten in einem Helligkeitsbereich um den betreffenden Vergleichſtern entſprechen. Man faßt dann nach dem Geſichtspunkte der kleinſten Anſchlüſſe das Beobachtungsmaterial zu Gruppen zuſammen und leitet dann durch Mittelbildung in jeder einzelnen Gruppe die relativen Helligkeiten der Vergleichſterne bezogen auf den Stern des kleinſten Anſchluſſes ab. Für jeden Vergleichſtern, dem der Veränderliche in ſeiner Intenſität entſprechend nahe kommt, laſſen ſich ſolche Gruppen aufſtellen und relative Helligkeitswerte entſprechend der Anzahl der Gruppen berechnen. Wie man dann dieſe für

die einzelnen Vergleichſterne getrennt gefundenen relativen Skalen verbindet zu einer einzigen, für einen feſten Nullpunkt geltenden Skala, läßt ſich am einfachſten an der Hand von Beiſpielen bei den Reduktionen auseinanderſetzen.

Beobachtungen von Joſeph Plaßmann.

Verſchiedene Gründe ſprechen dafür, die über faſt drei Jahrzehnte ſich erſtreckende Beobachtungsreihe von J. Plaßmann als die wichtigſte und ausſchlaggebendſte hier zuerſt zu beſprechen. Rührt ſie doch her von einem der geübteſten Beobachter auf dem Gebiete der Veränderlichen; ein weiterer Vorzug, den die Reihe von J. Schmidt mit dieſer nicht teilt, iſt der Umſtand, daß Plaßmann, wo immer es ging, den Veränderlichen an alle Vergleichſterne angeſchloſſen hat und ſo grade bei dieſer Reihe die notwendige Vorbedingung zum eingehenden Studium der Stufenſchwankung gegeben iſt.

Die Beobachtungen ſind nach der Argelanderſchen Methode der Stufenſchätzung angeſtellt und beſtehen aus Anſchlüſſen an β, γ, δ, ε Cassiopeiae. Andere Vergleichſterne ſind ſelten benutzt. Als Beobachtungsinſtrument diente ein einfacher Feldſtecher. Niedergelegt ſind die Beobachtungen in den bekannten Heften der »Beobachtungen veränderlicher Sterne.« Einen größeren Teil der Beobachtungen aus den letzten Jahren ſtellte mir der Beobachter als Handſchrift gütigſt zur Verfügung. Es iſt zweckmäßig, die ganze Beobachtungsreihe in drei Teile zu zerlegen, die ſich durch große Unterſchiede in der Auffaſſung herausheben und in denen auch je ein anderes Inſtrument gebraucht wurde. Die erſte Reihe umfaßt die Beobachtungen von 1881 I 5 bis 1889 XII 27; die zweite und dritte Reihe reichen von 1889 II 19 bis 1894 XI 23 bezw. von 1895 III 18 bis 1907 III 31. Dazu kommt dann noch ein Nachtrag von 1907 IV 2 bis 1909 II 19.

Wie aus den allgemeinen Bemerkungen zu der hier eingeſchlagenen Reduktionsmethode hervorgeht, beruht ſie im Prinzip auf einer weitgehenden Berückſichtigung der Änderung in der Vergleichſternſkala, die abhängig iſt von der wahren Intenſität des Veränderlichen. Um dieſe Abhängigkeit bei der vorliegenden Reihe empiriſch zu ermitteln, ordnen wir das geſamte Beobachtungsmaterial nach dem Geſichtspunkte der kleinſten Anſchlüſſe. Die Vergleichſterne ſind nach abnehmender Helligkeit angeſetzt γ, β, δ und ε Cassiopeiae. Dem hellſten Stern γ wie dem ſchwächſten ε kommt der Veränderliche ſelten ſo nahe, daß an dieſe der kleinſte Anſchluß erfolgt; die Hauptmaſſe der kleinſten Anſchlüſſe bezieht ſich auf die beiden Vergleichſterne β und δ, die alſo als beſonders wichtig unſere Hauptaufmerkſamkeit beanſpruchen dürfen. Dann ſtellen wir alle Beobachtungen, die denſelben kleinſten Anſchluß enthalten, zu-

ſammen, z. B. ſuchen wir alle Beobachtungen aus, in denen β o α oder β 1 α u. ſ. f. geſchätzt wurde, während alle übrigen Anſchlüſſe größer ausfielen. Durch Mittelbildung finden ſich dann die Stufendifferenzen γ—β, β—δ und δ—ε und zwar verſchieden für die verſchiedenen Arten der kleinſten Anſchlüſſe. Um gleich die Wege zu ebnen für die Unterſuchung einer ſäkularen Schwankung der Stufenweite, nehmen wir nicht ein Geſamtmittel, ſondern berechnen die Stufendifferenzen für die einzelnen Jahre getrennt. Die Ergebniſſe der Rechnungen finden ſich in der folgender Tafel zuſammengeſtellt; man findet den Verlauf der Funktion, nämlich der Stufendifferenzen γ—β, β—δ und δ—ε getrennt tabuliert, um die ſtetige Änderung dieſer Größen hervortreten zu laſſen; die Argumente der Tafel ſind der kleinſte Anſchluß und die Jahreszahl. Der Gebrauch der Tafeln iſt demnach recht einfach. So entnimmt man ihr z. B., daß für das Jahr 1897 aus allen Beobachtungen, bei denen α 3 δ als der kleinſte Anſchluß auftrat, im Mittel γ—β=0.9; β—δ = 6.4 und δ—ε = 2.5 gefunden wurden. Für den nächſtgrößeren »kleinſten Anſchluß« α 4 δ ergeben ſich die Werte γ—β = 0.4, β—δ = 8.8, δ—ε = 2.4.

Nach den Angaben der Tafel läßt ſich das Verhalten einer Vergleichſterndifferenz etwa ſo charakteriſieren. Iſt ein Veränderlicher ſeiner Helligkeit nach zwiſchen zwei Vergleichſterne einzuſchalten, ſo erreicht das indirekt beobachtete Stufenintervall dann ſein Maximum, wenn der Veränderliche von beiden Vergleichſternen um denſelben Wert ſich unterſcheidet. Nähert ſich der Veränderliche durch Zunahme oder Abnahme ſeines Lichtes dem helleren oder ſchwächeren der Vergleichſterne, ſo ändert ſich ſymmetriſch die Stufendifferenz zu kleineren Werten, iſt alſo ungefähr gleich groß, wenn der Veränderliche dem einen oder dem andern der Vergleichſterne gleich zu ſetzen iſt. Steht der Veränderliche mit ſeiner Helligkeit außerhalb dieſes Intervalls der Vergleichſterne, ſo iſt er damit in das Intervall eines anderen Vergleichſternpaares eingetreten, für das dann dieſelben Verhältniſſe des Wachſens der Differenz gelten. Die beiden Vergleichſternpaare haben natürlich eine Komponente gemeinſam. Die Größe des vom Veränderlichen verlaſſenen Intervalls wird fortwährend geringer, und da es ſich hierbei um Extrapolationen handelt, werden die Werte der Differenzen auch unſicherer, während man bei der erſten Berechnung aus dem Beobachtungsmaterial für das den Veränderlichen enthaltende Intervall auch in dem Einzelwert eine große Sicherheit konſtatieren kann. Was ſchließlich die ſäkularen Schwankungen in den Differenzen angeht, ſo ſieht man, daß dieſe allerdings vorhanden ſind und bei allen Differenzen und Arten der kleinſten Anſchlüſſe im gleichen Sinne ſich finden, daß aber ihre Amplituden im Verhältniſſe zu der durch Änderung der wahren Helligkeit hervor-

TAFEL Ia. Jahres-

Kleinst. A	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1889	1890	1891	1892
α 3 β	6.3			6.9	6.8	6.9	6.0					
2	4.8	5.0	5.6	5.6	5.5	6.1	6.4	5.5				
1	3.5		4.6	5.7		5.3	4.7	5.4				
β 0 α	1.5	3.0	3.0	3.5	3.0	3.8	4.5	3.8	5.0	5.0	5.7	
1	2.5				2.5		2.8	2.7	3.5			4.3
2						2.8	2.5	1.6	2.9	3.0	2.5	3.3
3							2.5		1.0	1.0	2.1	1.6
4										1.1	1.3	1.0
α 4 δ									0.3	0.7	0.9	0.5
3									1.5	0.6	0.8	0.4
2								1.5	2.1	1.6	0.3	1.5
1								2.0	2.0	1.4		1.6
δ 0 α									2.5	1.0	0.8	0.6
1										1.3	0.0	0.8

TAFEL Ib. Jahres-

Kleinst. A	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1889	1890	1891	1892
α 3 β				2.0		1.9	0.8					
2				1.5		1.9	1.0	3.0				
1	2.6		2.0	2.0		2.6	2.8	3.8				
β 0 α	2.0	2.0	5.0	3.0	4.0	2.6	3.3	3.5	3.0	2.0	4.3	
1	3.5				7.0		4.4	4.4	3.5			5.0
2					5.5	6.2	6.0	5.7	5.2	4.8	6.8	5.2
3							6.7	7.0		6.5	7.4	7.8
4										8.5	8.5	9.0
α 4 δ									9.3	8.4	8.7	9.3
3									6.5	7.4	7.5	7.7
2								6.0	5.4	5.7	7.0	5.8
1								4.0	4.4	4.5		4.6
δ 0 α									3.0	4.3	4.5	4.9
1										2.9	4.0	3.4

TAFEL Ic. Jahres-

Kleinst. A	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1889	1890	1891	1892
α 3 β							2.3					
2							1.7	0.0				
1	1.3							1.3				
β 0 α							1.5	2.0	1.0	3.0	1.3	
1							1.6	1,8	3.0			2.0
2								1.7	1.5	2.6	2.0	2.2
3									1.5	1.8	1.8	2.0
4										1.1	1.7	1.5
α 4 δ									2.0	1.6	1.6	2.0
3									2.3	2.2	2.7	2.6
2								3.3	3.6	3.4	3.8	3.5
1								4.0	4.0	4.3		4.3
δ 0 α									5.0	4.7	5.2	5.5
1										5.7	7.0	5.8

mittel für $\gamma - \beta$.

1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906
			7.4	6.5	6.8		6.8	7.7	6.5	7.7	7.3	7.3	6.0
		6.5	6.3	6.0	5.2	5.5	5.0	5.0		5.7	6.0	6.3	6.1
		6.0	6.0	4.0	4.0		5.5	5.3	6.5	4.7	4.5	6.0	6.0
4.2	3.8	4.0	3.6	4.2	4.2	4.7	4.2	4.2	4.2	4.3	4.4	4.6	4.6
2.4											2.7		3.7
1.8	1.0	1.9	3.5	2.3		1.8	1.0	2.5	1.9		2.3	2.6	2.6
0.0	1.3	0.1	1.3	1.3	1.1	0.9		0.9	1.6	1.3	1.4	1.5	1.9
0.1	0.4		0.7	0.7	0.4			0.2		0.9	0.6	0.5	1.0
0.0	0.2		0.3	0.4		0.5	0.8	0.5		0.7	0.8	0.9	0.9
0.5	0.8		1.5	0.9				0.5	1.0	1.5	1.0	0.7	1.5
1.0													
1.3	0.0												
0.6	0.5												
1.1	0.8												

mittel für $\beta - \delta$.

1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906
			1.0	2.5	1.0		1.7	1.5	1.0	1.7	0.9	2.0	2.0
		2.5	3.5		2.7	2.5	2.0	1.5		3.0	2.8	2.8	2.8
		3.0	2.5	4.5	4.5		3.0	3.8	2.5	3.7	3.0	4.5	5.0
3.3	3.0	4.0	4.1	4.5	4.6	3.1	3.9	4.6	4.5	4.8	4.4	4.0	4.4
4.3											5.8		5.3
5.7	5.0	6.2	6.2	6.2		7.0	7.2	6.2	6.0		6.9	6.4	6.3
6.5	6.2	7.1	8.3	7.3	7.4	7.5		7.2	7.1	7.4	7.5	7.5	7.6
8.6	8.8		8.8	8.9	9.1			8.8		8.7	8.9	8.3	8.3
8.3	8.5		8.3	8.8		8.8	9.0	8.5		8.5	8.4	8.5	8.5
7.0	6.8		7.0	6.4				6.9	6.0	6.6	7.2	7.7	6.0
5.7													
3.5	5.3												
3.9	4.6												
2.9	3.0												

mittel für $\delta - \varepsilon$.

1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906
			3.0		2.8		2.3	2.8	2.5	2.3	2.6	1.8	
		2.5	2.5		1.8	1.4	3.0	2.5		2.0	0.8	1.5	2.4
		3.0	3.5	2.5	2.5		3.0	2.3	3.5	2.3	1.5	1.5	
1.8	3.5	3.2	2.5	2.5	1.7	2.5	3.0	1.9	1.9	1.5	2.3	2.0	2.3
2.3											2.2		2.7
1.8	2.3	1.4	2.2	2.3		1.8	1.6	2.5	2.0		1.7	2.3	2.4
2.0	2.3	2.0	2.0	2.5	1.9	1.6		1,9	2.6	2.4	2.0	2.2	2.1
1.3	1.3		2.3	2.3	1.7			1.9		2.0	2.1	1.8	1.9
1.3	1.3		2.0	2.4		2.3	1.5	2.5		1.8	2.6	1.6	2.6
2.6	2.2		2.5	2.5				2.5	3.5	3.2	2.5	3.0	3.0
2.8													
4.5	4.5												
4.5	4.6												
5.5	5.8												

gerufenen recht klein ausfallen. Es ſchien daher genügend, zur Berückſichtigung ſäkularer Auffaſſungsunterſchiede das Beobachtungsmaterial in die vier oben genannten Zeitabſchnitte zu zerlegen und jede Reihe getrennt zu behandeln. Wir kommen auf die erſte Tafel noch zurück, um ſpäter die Kurve der ſäkularen Schwankung bei unſerm Beobachter mit den aus der Berechnung andrer Veränderlichen berechneten Werten desſelben Beobachters zu vergleichen.

Die folgende Tafel Nr. II gibt den Mittelwert der Vergleichſterndifferenzen geordnet nach den kleinſten Anſchlüſſen für die erſten drei Zeitabſchnitte getrennt, für den Nachtrag wurden keine beſonderen

Tafel II.

	I. Reihe			II. Reihe			III. Reihe		
Kleinſt. A	γ — β	β — δ	δ — ε	γ — β	β — δ	δ — ε	γ — β	β — δ	δ — ε
γ 0 α							4.0	0.5	1.5
1							4.2	2.8	1.5
2							5.7	1.2	2.4
3							7.0	1.0	1.8
4							9.0	0.0	2.0
α 5 β							10.0	0.0	2.0
4							8.2	1.0	2.1
3	4.6	1.5	2.3	6.5	1.0	2.5	6.9	1.5	2.1
2	4.7	1.9	0.8				5.9	2.6	2.1
1	4.9	2.6	1.3				5.3	3.6	2.4
β 0 α	3.2	3.2	1.7	4.7	3.6	2.1	4.2	4.2	2.3
1	2.5	4.8	1.7	3.3	4.6	2.1	2.8	5.5	2.4
2	2.3	5.8	1.7	2.4	5.6	2.1	2.1	6.4	2.1
3	1.8	6.9	1.5	1.3	6.8	2.0	1.3	7.4	2.1
4				0.8	8.7	1.4	0.6	8.7	1.9
5							0.3	10.0	2.3
α 4 δ				0.5	8.7	1.6	0.6	8.5	2.0
3				0.8	7.1	2.7	1.1	6.7	2.8
2	1.5	6.0	3.3	1.3	5.9	3.4			
1	2.0	4.0	4.0	1.2	4.5	4.3			4.5
0				1.0	4.2	4.9	0.9	4.7	5.5
δ 1 α				0.8	3.2	5.9	0.5	3.5	7.0
2				0.5	3.5	7.3	1.0	2.3	6.8
3				0.5	2.0	7.4			8.0
4				0.1	1.5	8.5	0.4	1.4	8.0

Werte der Differenzen berechnet, ſondern kurzerhand die Reduktion an die Stufenſkalen des dritten Zeitabſchnitts angeſchloſſen. Bei der Bildung der Mittelwerte wurde übrigens etwas auf das Gewicht jedes Jahresmittels Rückſicht genommen.

Die vorſtehende Tafel gibt zunächſt nur Helligkeitsdifferenzen, alſo relative Helligkeiten, falls man die Helligkeit eines beliebigen Vergleichſterns gleich Null ſetzt. Man kann z. B. in all den Fällen, wo der kleinſte Anſchluß an δ erfolgte, δ=0 ſetzen; es reſultiert dann für dieſen Bereich eine Stufenſkala, die aus den Beobachtungen ſelbſt gewonnen wurde und ſich dieſen am engſten anſchließt. Die kleinſten Anſchlüſſe an β definieren einen zweiten Bereich, in dem eine Stufenſkala, bezogen auf β als Fixpunkt, gewonnen werden kann. Würden auch kleinſte Anſchlüſſe an γ und ε vorkommen, ſo gilt für dieſe dasſelbe. Zur Ableitung der einheitlichen für alle vorkommenden Phaſen des Lichtwechſels zu gebrauchenden Stufenſkala hat man zwiſchen den einzelnen Fixpunkten eine Verbindung herzuſtellen und die auf die einzelnen Vergleichſterne bezogenen Skalen an einander anzuſchließen. Suchen wir uns den Gedankengang, der hier zum Ziele führt, an den zahlenmäßig gegebenen Beiſpielen klar zu machen. Für den zweiten Zeitabſchnitt 1889 II. 19 bis 1894 XI. 23 entnehmen wir der Tafel II, daß für den kleinſten Anſchluß α o δ gilt β—δ = 4.2, γ—β = 1.0 und δ—ε = 4.9. Setzt man δ=0.0, ſo erhalten wir als Stufenſkala γ=5.2, β = 4.2, δ = 0, ε = — 4.9. Nimmt der Veränderliche an Helligkeit zu, ſo durchläuft der kleinſte Anſchluß an δ die Werte bis zu α 4 δ. Für dieſen kleinſten Anſchluß leitet man aus den Differenzen die zugehörige Skala ab γ = 9.2, β = 8.7, δ = 0.0, ε = — 1.6. Die wahre Helligkeitszunahme des Veränderlichen hat alſo eine ſcheinbare Helligkeitszunahme aller Vergleichſterne außer δ zur Folge; ſo wächſt in dem oben angegebenen Intervall γ ſcheinbar von dem Werte 5.2 zu 9.2, β von 4.2 auf 8.7, ε von —4.9 auf — 1.6. Der nächſte auf α 4 δ folgende und einer Lichtzunahme des Veränderlichen entſprechende kleinſte Anſchluß erfolgt an β, nämlich β 4 α; für dieſen Anſchluß iſt β—δ=8.7, es liegt alſo die ſcheinbare Helligkeit von δ um 8.7 Stufen niedriger als die von β. Bei dem Übergang von α 0 δ zu α 4 δ hatte β bereits die ſcheinbare Helligkeit 8.7 erreicht; mit dem Anſchluß β 4 α übernimmt β die Rolle des Fixpunktes, bezogen auf den die Stufenſkalen anzuſetzen ſind. β bleibt alſo ſo lange auf dem Helligkeitswerte 8.7 ſtehen, als die kleinſten Anſchlüſſe an ihn erfolgen, während die anderen Vergleichſterne, jetzt auch das vorher feſte δ, eine ſcheinbare Helligkeitszunahme erfahren. Aus den einzelnen Differenzbeſtimmungen ergab ſich, daß ſtatt 8.7 für β beſſer der feſte Wert 9.0 angeſetzt werden kann. Die kleinſten Anſchlüſſe an β laufen in dem betrachteten Zeitabſchnitte von β 4 α bis α 3 β, umfaſſen alſo ein Intervall von 7 Stufen, in denen ſtändig β=9.0 zu ſetzen iſt. Hieraus ergibt ſich leicht die Aufſtellung der zugehörigen Stufenſkalen. Für β o α z. B. gibt Tafel II folgende Differenzen γ—β = 4.7, β—δ = 3.6, δ—ε = 2.1. Die daraus abgeleitete

und zur Reduktion benutzte Stufenskala oder die scheinbaren Helligkeiten der Vergleichsterne sind dann $\gamma = 13.7$, $\beta = 9.0$, $\delta = 5.4$, $\varepsilon = 3.3$. In dieser Weise ist die folgende Tafel Nr. III entstanden, die eine unmittelbare Ableitung der Helligkeit des Veränderlichen gestattet und die man auch als Tafel der scheinbaren Helligkeit der Vergleichsterne bezeichnen kann.

Tafel III.

Scheinbare Helligkeiten der Vergleichsterne.

Kl.	A	γ	β	δ	ε	γ	β	δ	ε	γ	β	δ	ε
γ	0 α									20.0	16.0	15.5	13.0
	1									20.0	15.8	13.0	11.5
	2									20.0	14.3	13.1	10.7
	3									20.0	13.0	12.0	10.2
	4									20.0	11.0	11.0	9.0
α	5 β									20.0	10.0	10.0	8.0
	4									18.2	10.0	9.0	6.9
	3	13.6	7.0	5.5	3.2	15.5	9.0	8.0	5.5	16.9	10.0	8.5	6.4
	2	12.7	7.0	5.1	4.3					15.9	10.0	7.4	5.3
	1	11.9	7.0	4.4	3.1					15.3	10.0	6.4	4.0
β	0 α	10.2	7.0	3.8	2.1	13.7	9.0	5.4	3.3	14.2	10.0	5.8	3.5
	1	9.5	7.0	2.2	0.5	12.3	9.0	4.4	2.3	12.8	10.0	4.5	2.1
	2	9.3	7.0	1.2	−0.5	11.4	9.0	3.4	1.3	12.1	10.0	3.6	1.5
	3	8.8	7.0	0.1	−1.4	10.3	9.0	2.2	+0.2	11.3	10.0	2.6	0.5
	4					9.8	9.0	0.3	−1.1	10.6	10.0	1.3	−0.6
	5									10.3	10.0	0.0	−2.3
α	4 δ					9.2	8.7	0.0	−1.6	9.1	8.5	0.0	−2.0
	3					7.9	7.1	0.0	−2.7	7.8	6.7	0.0	−2.8
	2	7.5	6.0	0.0	−3.3	7.2	5.9	0.0	−3.4			0.0	
	1	6.0	4.0	0.0	−4.0	5.7	4.5	0.0	−4.3	5.5		0.0	−4.5
	0					5.2	4.2	0.0	−4.9	5.6	4.7	0.0	−5.5
δ	1 α					4.0	3.2	0.0	−5.9	4.0	3.5	0.0	−7.0
	2					4.0	3.5	0.0	−7.3	3.3	2.3	0.0	−6.8
	3					2.5	2.0	0.0	−7.4	2.0		0.0	−8.0
	4					1.6	1.5	0.0	−8.5	1.8	1.4	0.0	−8.0

Man hat die Anschlüsse eines Beobachtungssatzes auf den kleinsten Anschluß zu untersuchen, die zu diesem kleinsten Anschluß gehörende Stufenskala der Tafel III zu entnehmen und an die dort gefundenen scheinbaren Helligkeiten der Vergleichsterne die geschätzten Stufendifferenzen in dem richtigen Sinne anzubringen. Das Mittel der aus den einzelnen Anschlüssen folgenden Helligkeitswerte muß als das Ergebnis eines Beobachtungssatzes angesehen werden.

Da es ſich hier darum handelt, zunächſt einmal die Realität einer kurzperiodiſchen Schwankung zu unterſuchen, ſo ging es nicht an, aus einer Anzahl von Ergebniſſen wiederum einen Mittelwert zu ziehen. Die Reſultate wurden dann auch unmittelbar zur Ableitung der Lichtkurve in ein Koordinatennetz eingetragen, und unter möglichſter Berückſichtigung der Gewichte wurde die Lichtkurve berechnet, die mit den Beobachtungswerten die kleinſten Fehler übrig ließ. Es wurden nur ſolche Teile zur Ableitung der Lichtkurve benutzt, die dicht genug beſetzt waren, daß auf die mutmaßliche Periode immer mehrere Beobachtungen kamen. Sucht man ſich nun an der Hand der gewonnenen Lichtkurve über den Charakter des Lichtwechſels von α Cassiopeiae, wie er aus den Beobachtungen von J. Plaßmann ſich ergibt, zu orientieren, ſo kommt man zu den nämlichen Urteil, das Jul. Schmidt über ſeine eignen Beobachtungen und Rechnungen unſres Veränderlichen angab. Wollte man dem Veränderlichen nur langſame unregelmäßige Schwankungen zugeſtehen, ſo müßte man den einzelnen Beobachtungen Fehler zuſchreiben, die in ihrer Größe und Häufigkeit bei einem Beobachter wie Plaßmann wohl mehr als auffallend wären. Zudem tragen dann die Abweichungen gar nicht mehr den Charakter zufälliger Fehler; die Zeichenfolgen würden die Zeichenwechſel an Zahl bedeutend übertreffen. Will man darum den einzelnen Beobachtungen mehr Rechnung tragen, ſo reſultiert als Lichtkurve eine ſcharf markierte Wellenlinie mit durchweg ſcharfen Minimis, eine Kurvenform, für die ſich bereits J. Schmidt bei ſeinen Beobachtungen entſchied. Ein weiterer Umſtand, der die Realität kurzperiodiſcher Schwankungen wahrſcheinlich macht, iſt die Tatſache, daß die bei Jul. Schmidt reſultierende Periodenlänge bei der Reihe von J. Plaßmann in ihrer ganzen Ausdehnung ſich wiederfindet. Am wichtigſten jedoch dürfte es ſein, bei den Reihen verſchiedener Beobachter die zeitliche Koinzidenz der Extremwerte nachzuweiſen. Die Fälle, in denen es mir gelungen iſt, beſtimmte Maxima und Minima bei zwei oder mehreren Beobachtern nachzuweiſen, ſollen in einer Fortſetzung der Arbeit berückſichtigt werden.

Die folgende Tafel IV enthält die Zuſammenſtellung aller aus den Beobachtungen von J. Plaßmann abgeleiteten Extremwerte mit ihren Epochen. Neben dem Julianiſchen Tage eines jeden Extremwertes iſt durch die Gewichtszahl die Genauigkeit ausgedrückt, mit der dieſe Epoche der Kurve entnommen werden konnte. Die folgende Spalte enthält für einzelne Extremwerte zur vorläufigen Orientierung die unmittelbaren Differenzen oder ihre geeigneten Teile. Unter Bemerkungen wurden etwaige Beſonderheiten im Verlauf der Kurve und ähnliche Angaben gemacht.

Tafel IVa.

Epochen der MAXIMA von α Cassiopeiae nach den Beobachtungen von J. PLASSMANN.

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
1	2 408 676	4		Gut beſtimmtes Maximum.
	697	1	21	Kurve unſicher.
	726	4	29	Gut ausgeprägt.
	750	1	24	Unſicher; ſchwach beſetzt.
5	2 409 973	2		Ziemlich gut beſtimmt.
	2 410 287	4		Gut beſtimmt.
	344	4	28.6	„ „
	406	1		Sehr unſicher; erkennbar.
	482	2	27.5	Gutes Maximum.
10	535	1	26.5	Unſicher beſtimmt.
	575	5		Sehr ſicher beſtimmt.
	654	2	26.3	Ziemlich deutlich erkennbar,
	781	2		„ „ „
	872	2		„ „ „
15	917	5	22.5	Sehr gut beſtimmt.
	947	4	30	Gutes Maximum.
	974	3	30	
	2 411 009	3	35	
	053	1	22	Beſtimmung unſicher.
20	085	2	32	
	261	2		
	326	2		
	353	4	27	Gutes Maximum.
	406	4	26.5	„ „
25	654	4		Gut beſetzt; Periode in Minimis gut.
	679	1	22.5	
	745	4		Hohes Maximum, aufſt. u. abſt. gut b.
	857	4		Gut; Kurve im ſäkularen Minimum.
	2 412 042	4		Scharf anſteigend, gut beſetzt.
30	149	2		
	306	4		Kurve ſehr ſicher, gutes Maximum.
	334	4	28	Anſtieg gut beſetzt, ſehr ſicher.
	428	2		
	458	2	30	
35	554	2		Etwas unſicher, gutes folg. Min.
	579	3	25	Mäßig beſetzt, Konſt. gut.
	630	4	25.5	Kurve flach im Maximum.
	673	4	22.5	Kurve ſicher.
	833	4		
40	867	4	34	Sicherer Kurvenverlauf.
	956	4		
	975	2	19	Deutlich, ſchwach beſetzt.
	2 413 445	4		Sehr gutes Maximum.
	470	2	25	
45	526	4	28	Aufſteigender Aſt gut beſetzt.
	560	2	34	Schwache Beſetzung.
	594	1	34	

Epochen der MAXIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
	2 413 724	2		Kurve im säkularen Maximum.
	750	2	26	
50	790	1		
	822	4	36	
	850	4	28	Kurvenverlauf deutlich.
	928	4		Abfteigender Aft gut befetzt.
	960	2	32	
55	982	2	22	Auf- und abft. mäßig befetzt.
	2 414 030	1	24	
	058	1	28	
	130	2		} Zwei Max. fchließen ein Min.
	157	3	27	} ein, gut befetzt.
60	205	3	24	
	229	2	24	Deutliche kurzper. Wellen.
	244	3		
	372	1		} Äußerft fchwach befetzt.
	456	1		
65	491	3	35	Beginn einer Reihe deutlicher kurzper. Schwankungen.
	507	1		
	525	3		
	544	4		
	604	4	30	Rafcher Anftieg vom Minimum.
70	2 415 281	1		Datierung unficher.
	471	2		Beginn deutlicher Wellen.
	497	3	26	
	513	3		
	574	4		Kurzes Aufleuchten.
75	588	3		Auffteigender Aft gut.
	620	3	32	Ruhiger Verlauf bei mäßiger
	650	2	30	Befetzung.
	674	2	24	
	694	2	20	
80	785	1		
	810	4	25	
	2 416 046	2		
	080	2	34	
	259	4		
85	289	4	30	
	308	2		
	346	2	28.5	
	374	2	28	
	395	3	21	
90	473	3		
	504	3	31	
	587	2		
	638	3		
	742	1		
95	772	2	30	
	929	4		Auf- und Abftieg gut.
	2 417 013	4	31.3	Ausgeprägte Kurvenform
	043	4	30	

Epoche der MAXIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
	2 417 074	2	31	
100	135	3	30.5	
	166	2	31	
	273	4		Kurzes Aufleuchten.
	304	2	31	Unsicher datiert.
	415	4		
105	495	1		
	584	3		
	638	2	27	Geringe Amplitude.
	708	1	35	
	830	3		
110	846	3		
	900	2		
	940	4		
	2 418 145	4		
	194	2	26	
115	210	1		
	220	1		
	231	2	37	
	252	4	31	
	301	2	24.5	
120	320	2		
	325			
	330	2	29	

Tafel IVb.

Epochen der MINIMA von α Cassiopeiae nach den Beobachtungen von J. PLASSMANN

Lfd. Nr.	Epochen	G	Periode	Bemerkungen.
1	2 408 792	2		
	2 409 946	4		
	2 410 307	4		Datierung etwas unsicher.
	471	4		
5	560	2		
	593	4	33	
	641	2	24	Ziemlich gut bestimmt.
	756	2		„ „ „
	854	4		
10	893	1	39	Etwas unsicher.
	923	2	30	
	2 411 026	1		Sehr unsicher.
	155	2		Flacher Verlauf der Kurve.
	300	4		
15	322	1	22	Unsicher bestimmt.
	273	4		
	304	4	31	
	329	4	25	

Epochen der MINIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen
	2 411 349	3	20	Aufsteigender Ast gut.
20	393	3		Flaches Minimum.
	412	3		Scharfes Minimum.
	506	2	31.3	Deutlich, schwach besetzt.
	626	4		
	652	1	26	Kurve unsicher.
25	688	1	36	
	709	2	21	Scharfes Minimum.
	733	3	24	
	862	3		Kurve im säkularen Minimum.
	2 412 036	4		Gut besetzt.
30	089	3	21.5	Aufsteigender Ast angedeutet.
	161	1		
	183	4	22	Tiefes Minimum.
	325	5		
	446	3		
35	551	2		Kurve etwas unsicher.
	567	5		
	587	3	36	Absteigender Ast gut.
	620	2	33	
	641	3	21	
40	680	4		
	827	4		
	844	3		Amplitude gering.
	918	4		Kurve fällt säkular.
	963	1	22.5	Isolierte Bestimmung.
45	2 413 429	4		Absteigender Ast gut bestimmt.
	463	4	34	
	512	3	24.5	Dopp. Periode; Zwischenminimum
	543	2	31	Schwache Besetzung. [angedeutet.
	691	2		Tiefes Minimum, mäßig besetzt.
50	804	2		
	838	2	34	Geringe Amplitude, gut ausgeprägt.
	868	2	30	
	916	2	24	Doppelte Periode.
	945	2	29	Kurve flach, aber sicher.
55	970	2	25	
	2 414 013	2	21.5	Doppelte Periode; aufst. Ast gut.
	048	1	30	
	142	3		Scharf, gut besetzt.
	175	2	33	
60	223	1		
	237	3		Scharf, gut besetzt.
	255	2	32	237 sekundär durch Max. bestätigt.
	282	1	27	
	303	1	21	
65	363	1	30	
	386	1	23	Schwache Besetzung.
	474	1		
	498	2	24	Absteigender Ast gut.
	517	4	19	Gut besetzt. Kurve gut bestimmt.

Epochen der MINIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
70	2 415 536	4	19	Scharfe, kurzperiodische Wellen.
	595	2	29.5	Große Amplitude, aufft. Ast gut.
	660	3	32.5	Absteigender Ast gut.
	259	1		Isolierte Beobachtung.
	298	2	39	Absteigender Ast gut.
75	460	2		
	484	2	24	
	504	4	20	Scharfes Minimum.
	528	2	24	Kurve etwas unsicher.
	578	4	25	Scharf, gut besetzt.
80	606	2	28	
	659	2	26.5	Doppelte Periode.
	689	2	30	Kurve säkular fallend.
	797	4		Gut ausgeprägt, ziemlich besetzt.
	820	2	23	Isolierte Beobachtung.
85	991	1		Aufft. Ast gut. Große Amplitude.
	2 416 015	2	24	Gut besetzt.
	067	1		Kurve unsicher.
	239	2		
	268	4	29	Absteigender Ast sehr gut.
90	294	4	26	Scharf, kleine Amplitude.
	317	1	23	
	363	3	23	
	378	2	[15]	Scharfes Minimum, säkular steigend.
	410	2	32	Periode $= {}^1/_2 (15 + 32)^d = 23^d.5$.
95	490	3		
	525	3	35	
	556	3	31	
	650	2		
	698	4	24	Scharfes Minimum; dopp. Per.
100	752	2	27	Deutlich, doch mäßig besetzt.
	915	4		
	945	4	30	
	996	2	25.5	Doppelte Periode.
	2 417 028	4	32	Kurve schließt sich gut an.
105	079	2	25.5	Doppelte Periode.
	125	4	23	Flaches Minimum, gut besetzt.
	150	1	25	Isolierte Beobachtung.
	210	1	30	
	255	2		Aufsteigender Ast gut.
110	287	3	32	Minimum gut, Epoche unsicher.
	421	3		
	462	2	20.5	Dopp. Periode, Kurve unsicher.
	525	1	28.5	Dopp. Periode.
	548	2	23	Aufsteigender Ast gut.
115	567	4		
	630	2	31.5	Dopp. Periode.
	664	4	34	Scharf, gut besetzt.
	700	2	36	Aufsteigender Ast.
	805	2		

Epochen der MINIMA (Fortſetzung).

Lfd. Nr.	Epoche		Periode	Bemerkungen.
120	2 417 833	2	28	
	862	2	29	
	914	2		
	954	3		
	2 418 023	2		
125	120	2		
	150	3	30	
	200	1		
	216	2	33	
	243	3	27	
130	290	3	23.5	
	314	2	24	

Unterſuchungen über die Periodizität des Lichtwechſels.

Die vorſtehende Tafel IV enthält nicht weniger als 120 Epochen für die Phaſe des Maximums und 131 Epochen für die Phase des Minimums. Wichtiger noch als dieſe recht erhebliche Zahl der Einzelreſultate iſt jedoch die Tatſache, daß ſich aus der Reihe der Maxima und Minima zahlreiche Gruppen unmittelbar folgender oder wenigſtens nahe zuſammenliegender Extremwerte derſelben Art bilden laſſen. Die ohne Zweifel bedeutende Unſicherheit in der Datierung des einzelnen Maximums oder Minimums läßt ſich dann durch die Anwendung der Ausgleichsrechnung auf zuſammenhängende Reihen ſolcher Extremwerte in wünſchenswerter Weiſe vermindern. Obſchon das Verfahren dem praktiſchen Rechner ziemlich geläufig iſt, ſoll hier an einem allgemeinen Beiſpiel der Rechnungsmechanismus vorher auseinandergeſetzt werden. Es ſeien alſo $E_0, E_1, E_2, \cdots E_n$ eine Anzahl $n+1$ aus der Kurve abgeleſener Werte für die Epochen des Maximums. Wäre der Kurvenverlauf ſtreng periodiſch und die Epochen ohne jeden Fehler, ſo müßte die Differenz $E_i - E_{i-1} = p$ für jeden Index konſtant gleich der Periodenlänge ſein. Ebenſo würde jede Epoche der Gleichung genügen

$$E = E_0 + i \cdot p$$

und ſomit könnte jede Epoche von der Nullepoche E_0 ausgehend bei bekannter Periodenlänge extrapoliert werden. Tatſächlich zeigen aber die Größen $E_i - E_{i-1}$ erhebliche Unterſchiede, die zum Teil auf Beobachtungsfehler zurückzuführen ſind, zum Teil aber auch reell ſein können. Dieſen letzteren Umſtand verfolgen wir nicht weiter, ſondern ſetzen die Periodenlänge als konſtant voraus, berechnen alſo bei tatſächlich nicht konſtanter Periode den mittleren Wert der Periodenlänge. Der einfachſte

Weg die Einzelwerte für die Periode auszugleichen, wäre die Bildung des arithmetiſchen Mittels, alſo des Ausdruckes

$$p = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} (E_i - E_{i-1}) \cdot$$

Durch dieſes Verfahren wurde jedoch dem Werte E_o ſeine relative Bedeutung genommen und E_o als fehlerfrei betrachtet, da offenbar durch wiederholte Addition des mittleren Periodenwertes ſämtliche Epochen, ausgenommen E_o, verändert werden. Nimmt man, um zu große Zahlen zu vermeiden, E_o zum Ausgangspunkt der Tageszählung, ſo iſt die Gleichung $E_o = o$ ebenſo gut nur bedingungsweiſe richtig, wie die Werte E_i. Es geht alſo neben der Periodenlänge p auch noch die Nullepoche E_o in die Ausgleichung ein. Es bedeute n_i die Differenz $E_i - E_o$, ſo ergeben ſich folgende Bedingungsgleichungen, die alle den Anſpruch auf Richtigkeit erheben:

$$\begin{aligned} E_o &= O \\ E_o + p &= n_1 \\ E_o + 2p &= n_2 \\ \ldots + \ldots &= \ldots \\ \ldots + \ldots &= \ldots \\ E_o + np &= n_n \end{aligned}$$

Dieſe $(n + 1)$ Bedingungsgleichungen laſſen ſich nach den Entwickelungen der Ausgleichsrechnung auf folgende zwei ſogenannte Normalgleichungen zurückführen:

$$(n+1)E_o + p \cdot \sum_{i=1}^{n} i = \sum_{i=1}^{n} ni \qquad \text{und}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i \cdot E_o + p \cdot \sum_{i=1}^{n} i_2 = \sum_{i=1}^{n} i \cdot n_i,$$

die dann nach den Unbekannten E_o und p aufgelöſt werden müſſen.

Nach dem vorher entwickelten Verfahren wurde eine Reihe von Perioden- und Epochenwerte für beſtimmte Gruppen gefunden. Eine Zuſammenfaſſung des Geſamtmaterials zu einer einzigen Gruppe verbieten jedoch die leider vorhandenen großen Lücken durchaus.

In der folgenden Tafel V enthält die erſte Spalte die Nummer des betreffenden Extremwertes aus Tafel IV, die zweite Spalte den zugehörigen beobachteten, die dritte den ausgeglichenen Wert; die vierte Spalte zeigt die nach der Ausgleichung übrig bleibenden Fehler in Tagen, und bei jeder Gruppe findet ſich dann die berechnete Periodenlänge.

Tafel V a.

Beſtimmung der Periodenlänge aus MAXIMIS.

Lfd. Nr.	Beobachtung	Rechnung	B—R	Periodenlänge
15	2 410 917	2 410 916,3	0,7	p = 30ᵈ,3
16	947	946,6	0,4	
17	974	976,9	— 2,9	
18	2 411 009	007,2	1,8	
22	2 411 326	2 411 329,0	— 3,0	p = 24ᵈ,5
23	353	353,5	— 0,5	
24	406	302,5	3,5	
33	2 412 428	2 412 431,2	— 3,2	p = 24ᵈ,5
34	458	455,7	2,3	
35	554	553,7	0,3	
36	579	578,2	0,8	
37	630	627,2	2,8	
38	673	676,2	— 3,2	
43	2 413 445	2 413 443,0	2,0	p = 28ᵈ,6
44	470	471,6	— 1,6	
45	526	527,8	— 1,8	
46	560	557,4	2,6	
51	2 413 822	2 413 826,4	— 4,4	p = 25ᵈ,3
52	850	851,7	— 1,7	
53	928	927,6	0,4	
54	960	952,9	7,1	
55	982	978,2	3,8	
58	2 414 130	2 414 130,0	0,0	
59	157	155,3	1,7	
60	205	205,9	— 0,9	
61	229	231,2	— 2,2	
75	2 415 588	2 415 592,0	— 4,0	p = 26ᵈ,6
76	620	618,6	+ 1,4	
77	650	645,2	+ 4,8	
78	674	671,8	+ 2,2	
79	694	698,4	— 4,4	
84	2 416 259	2 416 259,0	± 0,0	p = 27ᵈ,8
85	289	286,8	+ 2,2	
86	308	314,6	— 6,6	
87	346	342,4	+ 3,6	
88	374	370,2	+ 4,2	
89	395	398,0	— 3,0	
97	2 417 013	2 417 012,7	0,3	p = 30ᵈ,6
98	043	043,3	— 0,2	
99	074	073,9	+ 0,1	
100	135	134,1	+ 0,9	
101	166	164,7	+ 1,3	

Tafel Vb.

Beſtimmung der Periodenlänge aus MINIMIS.

Lfd. Nr.	Beobachtung	Rechnung	B-R	Periodenlänge
16	2 411 273	2 411 279,0	— 6,0	p = 22ᵈ,6
17	304	301,6	+ 2,4	
18	329	324,2	+ 4,8	
19	349	346,8	+ 2,2	
20	393	392,0	+ 1,0	
21	412	414,6	— 2,6	
45	2 413 429	2 413 431,5	— 2,5	p = 27ᵈ,6
46	463	459,1	+ 3.9	
47	512	514,3	— 2,3	
48	543	541,9	+ 1,1	
50	2 413 804	2 413 805,4	— 1,4	p = 28ᵈ,6
51	838	834,0	+ 4,0	
52	868	862,6	+ 5,4	
53	916	919,4	— 3,4	
54	945	948,0	— 3,0	
55	970	976,6	— 6,6	
56	2 414 013	2 414 015,0	— 2,0	
75	2 415 460	2 415 459,7	+ 0,3	p = 24ᵈ,4
76	484	484,1	— 0,1	
77	504	508,5	— 4,5	
78	528	532,9	— 4,9	
79	578	581,7	— 3,7	
80	606	606,1	— 0,1	
81	659	654,9	+ 4,1	
82	689	679,3	+ 9,7	
88	2 416 239	2 416 239	± 0	p = 26ᵈ
89	268	265	+ 3	
90	294	291	+ 3	
92	363	369	— 6	
101	2 416 915	2 416 915,0	± 0	p = 27ᵈ.2
102	945	942,2	+ 2,8	
103	996	996,6	— 0,6	
104	2 417 028	2 417 023,8	+ 4,2	
105	079	078,2	+ 0,8	
106	125	132,6	— 7,6	

Die Urſachen des Lichtwechſels.

Die Unterſuchungen der Lichtſchwankungen von α Cassiopeiae, wie ſie aus den Beobachtungen von Plaßmann folgen, zeigen immer das gleiche Bild: troß bedeutender Unregelmäßigkeit im Einzelnen läßt ſich der Kurve doch eine gewiſſe Regelmäßigkeit nicht abſprechen. Das zeigt ſchon zur Genüge die große Zahl der abgeleiteten Extremwerte und die aus dem immerhin lücken-

haften Material aufzuſtellenden Gruppen mit den resultierenden Periodenwerten. Dieſe Periodenwerte ſelbſt zeigen ebenfalls Unterſchiede, die entweder zufällig oder reell ſein können.
Unter den zur Erklärung des Lichtwechſels heranzuziehenden Hypotheſen dürften die Finſternis- oder Bedeckungshypotheſe, nach der die Lichtſchwächungen eine Folge der partiellen Verfinſterung des Sternes durch einen Begleiter ſind, von vornherein wohl ausgeſchloſſen werden, ebenſo diejenige Annahme, die das Auftreten maximaler oder minimaler Lichtſtärke durch Ebbe- und Flutwirkung in einer dichten Atmoſphäre erklärt. Für beide Hypotheſen iſt die Lichtkurve zu unregelmäßig. Wahrſcheinlicher iſt die Annahme einer tatſächlichen Änderung der Leuchtkraft der Oberfläche, wie ſie durch Bildung großer Schlackenfelder hervorgerufen werden kann. Die rote Farbe des Sternes legt ebenfalls dieſen Gedanken nahe. Das Auftreten ausgedehnter Schlackenfelder, als deren winzige Abbilder wir die Sonnenflecke anſehen können, iſt wahrſcheinlich periodiſcher Natur wie das Auftreten der Sonnenflecke, iſt aber unmöglich an eine Periode von nur 25—30 Tagen gebunden. Das kurzperiodiſche Element im Lichtwechſel wird offenbar durch Rotation des Sternes um eine zur Geſichtslinie faſt ſenkrechte Axe hineingebracht. Die Schlackenfelder werden ſich ähnlich den Sonnenflecken nicht regelmäßig verteilen, ſondern an beſtimmten Stellen ſich anſammeln und den Beobachter bald hellere bald mit Schlacken bedeckte Oberflächenteile wahrnehmen laſſen. Erhalten ſich die dunklen Felder mehrere Rotationsperioden hindurch an der gleichen Stelle, ſo iſt die Rotationsperiode der Periode des Lichtwechſels gleich. Bewegen ſich die Felder im Sinne der Rotation bezw. der Rotation entgegen, ſo wird die Periode des Lichtwechſels verkürzt bezw. verlängert. Eigenbewegungen laſſen ſich auch bei Sonnenflecken nachweiſen. Tritt an die Stelle einer einſeitigen Anſammlung dunkler Felder eine Zweiteilung derſelben, ſo treten kurze Schwankungen mit der halben Periodenlänge auf. Wäre der Kurvenverlauf über ein größeres Stück derſelben hinreichend genau zu beſtimmen, ſo ließe ſich leicht ein Mittelwert für die Periodenlänge ermitteln, der dann mit der Dauer der Rotation identiſch wäre. Die in der vorliegenden Arbeit entwickelten Werte für die Periodenlänge ſind daher für die Rotationsdauer nur Näherungswerte und zwar ſtimmt die Größenänderung recht gut mit der für unſere Sonne geltenden Rotationsdauer überein.
Wegen Raummangels müſſen wir uns hier auf dieſe kurzen Angaben beſchränken und behalten uns vor, bei Fortſetzung der Unterſuchung die nötigen Ausführungen auch über die Urſache des Lichtwechſels nachzutragen.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Berichte des Naturwissenschaftlichen Verein für Bielefeld und Umgegend

Jahr/Year: 1911

Band/Volume: 2

Autor(en)/Author(s): Plate Heinrich

Artikel/Article: Untersuchungen über den Lichtwechsel des Veränderlichen a Cassiopeiae 86-107