

9. Herr Hofsteinmetzmeister Rühling aus Gera für die Steine unter XIII,
10. Herrn Vogel von Posterstein für die Steine unter XVIII,
11. dem Stadtrate zu Gera für die Steine unter XIV und XVI, sowie für die Anfuhr der Steine unter VI, VII, XIV, XVI.

Das geologische Profil möge immer ein willkommenes Anschauungsmittel für den Unterricht in der dem Lehrplane etwas stiefmütterlich eingefügten Geologie sein; es möge aber auch die Beschauer aneifern, in unsere abwechslungsreiche Natur hinauszuziehen, um dort nach den mannigfachen geologischen Schätzen zu suchen, die um Gera herum in reicher Menge zu finden sind, im Profile aber nur bruchweise angedeutet werden konnten.



Ueber neuere Ergebnisse der Variationsstatistik

von Professor Dr. F. Ludwig, Greiz.

Quételet, Galton u. A. haben, zunächst auf anthropologischem und zoologischem Gebiet, dargethan, dass die Variabilität irgend eines Merkmals einer naturhistorischen Rasse, welches sich messen, wägen, zählen, überhaupt quantitativ bestimmen lässt, einem bestimmten Gesetz, dem Gesetz der mathematischen Wahrscheinlichkeit von Kombinationen („Gauss'schen Gesetz der Fehlerverteilung“ oder „Binomialgesetz“) unterworfen ist. Für jedes Merkmal ergibt sich danach aus der grossen Zahl von Beobachtungen ein bestimmter Mittelwert, der in bestimmtem Prozentverhältnis auftritt und auch die Abweichungen von ihm treten in konstanter zahlenmässig bestimmbarer Häufigkeit auf uns zwar so, dass die Häufigkeiten der sämtlichen Varianten des Merkmals in dem Verhältnis der Binomialkoeffizienten des Binoms

$(p+q)^n$ stehen, oder genauer durch die Gauss'sche Funktion $\frac{-x^2}{2\epsilon^2}$ bestimmt werden können. Bei graphischer Dar-

$y = y_e$

stellung ergibt letztere die sogenannte Gauss'sche Wahrscheinlichkeits- oder Fehlerkurve. Bestimmt man z. B. innerhalb eines einheitlichen

Bevölkerungsgebietes für zahlreiche gleichaltrige Personen die Körpergrösse, den Brustumfang, die Schädelmaße, die Länge des Oberarmes, so ergibt sich für jedes dieser Merkmale eine bestimmte Mittelgrösse, von der nach beiden Seiten hin bis zu den Zwergen und Riesen alle möglichen Uebergangsgrössen zu beobachten sind. Trägt man nun in gleichen Abständen auf einer Horizontallinie (Abscisse) gleiche Strecken ab, welche jene verschiedenen Grössen veranschaulichen, so bestimmen die Frequenzen, in denen dieselben beobachtet sind, als zugehörige senkrechte Strecken (Ordinaten) errichtet, durch ihre Endpunkte ein Vieleck (das Variationspolygon) das nahezu mit einer jener genannten Kurven übereinstimmt. Zur Berechnung der theoretischen Werte und der Gauss'schen Kurve selbst genügen zwei Grössen (das arithmetische Mittel aus den sämtlichen Beobachtungen M und die mittlere wahrscheinliche Abweichung W , aus denen sich auch der für die ganze Variationsgruppe charakteristische Variabilitätsindex $\frac{M}{W}$ ergibt); die hieraus berechneten Ordinaten stimmen auffällig mit den beobachteten Frequenzen der Abweichungen überein.

Die Praxis hat später ergeben, dass bei den Variationen der verschiedenen naturhistorischen Species ausser der Gauss'schen Normalkurve eine ganze Reihe anderer Arten von Kurvenformen in Betracht kommen können, die sich als besondere Fälle der verallgemeinerten Wahrscheinlichkeitskurve ergeben. Schon Fechner hat einige andere Formen behandelt (vergl. Gustav Theodor Fechner, Kollektivmasslehre. Im Auftrag der kgl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. nach dem alten Manuskript Fechners herausgegeben von Gottl. Friedr. Lipps. Leipzig 1897). Ich habe auf dem Gebiete der pflanzlichen Variation die verschiedenen Kurven beschrieben (F. Ludwig, Die pflanzlichen Variationskurven und die Gauss'sche Wahrscheinlichkeitskurve. Bot. Centralbl. Bd. LXXIII 1898). K. Pearson hat die verschiedenen Typen der theoretischen Variationskurve eingehend mathematisch untersucht *), nur die von mir als in der Botanik weit verbreitet nachgewiesenen vielgipfeligen Komplexkurven harren noch einer theoretischen mathematischen Bearbeitung.

*) Hat man aus den Beobachtungen den Durchschnittswert, den Variabilitäts- und Asymmetrieindex und die Ordinatenformel der Variationskurve nach den Pearsonschen Kriterien bestimmt, so kann man aus diesen 4 Daten die Variationsreihe jederzeit bis auf geringfügige Fehler genau reconstruieren.

Der gesamte variationsstatistische Calcül ist handlich bearbeitet von Georg Duncker (Die Methode der Variationsstatistik, Leipzig, W. Engelmann 1899), C. B. Davenport (Statistical Methods with special Reference to Biological Variation. New-York, John Wiley 1899), und in meinen Abhandlungen über Variationskurven (Bot. Centralbl. Bd. LXIV 1895, Bd. LXXIII 1898, Bd. LXXV 1898, Bd. IX Beiheft 2, 1900; Schlömilchs Zeitschr. für Math. u. Physik 1898, H. 4 p. 1—13), wo auch die zahlreichen Arbeiten von Pearson, De Vries, Verschaffelt und die übrige Literatur nachzusehen sind.

Während die Pearsonschen Abhandlungen ohne Kenntnis der höheren Mathematik nicht zu verstehen sind, ist es durch diese Arbeiten auch dem Nichtmathematiker, wenn er nur die Kenntnisse eines Primaners unserer höheren Schulen mitbringt, möglich, die Zugehörigkeit einer empirischen Variationskurve zu einem der Pearsonschen Typen der verallgemeinerten Wahrscheinlichkeitskurve sicher zu ermitteln und die richtigen Kurvenelemente zu berechnen. Doch soll auf diese theoretischen Grundlagen hier nicht näher eingegangen werden; nur die praktischen Anwendungen der variationsstatistischen Methode sollen den Gegenstand der folgenden Auseinandersetzungen bilden.

I.

Mit Hilfe der variationsstatistischen Methode ist es vorerst gelungen, die naturhistorischen Arten und Rassen schärfer zu begrenzen und zu unterscheiden, als es bisher möglich war. Jeder Art entspricht für die meristischen (d. h. zahlenmässig zu beschreibenden) Merkmale je eine bestimmte Variationskurve, die den ganzen Variationsumfang der Spezies übersichtlich wiedergiebt. Diese Methode ermöglicht daher in exakter Weise Beschreibungen und Vergleiche von Individuengruppen als solchen und hierdurch unterscheidet sie sich einerseits von der anatomischen Morphologie, die auf Einzelbefunde angewiesen ist, andererseits von der Systematik, welche zwar mit Gruppen von Individuen, den systematischen Kategorien, operiert, mit diesen jedoch ausschliesslich als Abstraktionen, nicht als „realen Objekten“; sie bildet demnach eine wichtige Ergänzung zu den beiden genannten Methoden. Zahlreiche Arbeiten haben in dieser Hinsicht die vorzügliche Leistungsfähigkeit dieser Methode auf den verschiedenen Gebieten dargethan. Auf anthropologischem Gebiet hat man mit ihrer Hilfe die einzelnen jetzt lebenden Menschenrassen schärfer

definiert, so dass es z. B. Ammon u. A. gelungen ist, in einzelnen Gebieten die Zusammensetzung der Bevölkerung aus Rassen und Stämmen verschiedener Herkunft nachzuweisen und die Zu- oder Abnahme der einzelnen Elemente, ihre Neigungen, Verbreitung (über Stadt und Land) etc. genauer zu bestimmen (vergl. z. B. O. Ammon: Zur Anthropologie der Badener, Jena. G. Fischer 1899, ferner die daselbst citierten Arbeiten von A. Bértillon, der im Département Doubs zwei Bevölkerungselemente, der Sequaner und Burgunder, erkannte und von N. Zograf und Anutschin, die in verschiedenen Bezirken Russlands eine Mischbevölkerung nachwiesen und analysierten). Nach der Erprobung der Methode an den lebenden Rassen haben Pearson u. A. die Körpergestalt prähistorischer Rassen rekonstruiert (vergl. K. Pearson On the Reconstruction of the Stature of Prehistoric Races, Philos. Transact Roy. Soc. London Ser. A. Vol. 192 pp 169—244 Plate 3, 4 1898). Ich erinnere auch an die, auf Grund der statistischen Ergebnisse über die verschiedene Dicke der Fleischteile auf verschiedenen Partien des Schädels etc. gelungene Rekonstruktion menschlicher Büsten aus der näheren und weiteren Vergangenheit (in letzterer die neuerdings vielfach abgebildete Büste der Frau von Auvernier aus der Pfahlbauzeit, vergl. z. B. Naturw. Rundschau 1898 p. 554).

Auf zoologischem Gebiet hat man zahlreiche Tierarten bereits nach der neuen Methode näher beschrieben und „berechnet“. So liegen z. B. Untersuchungen vor über die anthropomorphen Affen (von Hemphry und Pearson) über *Lynx canadensis*, *Felis domestica*, *Vulpes fulva*, *Lepus campestris*, *Lepus palustris*, *Zapus insignis*, *Zapus hudsonianus* (Brewster) u. a. Säugetiere, über Fische, Gliedertiere etc. Dabei ist es mehrfach gelungen, zunächst aus den Variationskurven das Vorhandensein getrennter Arten da nachzuweisen, wo man früher nur Variationen einer einzigen Art glaubte annehmen zu sollen. So konnte Bateson zwei Arten des gemeinen Ohrwurms in England (eine lang- und eine kurzzangige), zwei Arten des javanischen Käfers *Xylotrupes Gideon* unterscheiden und Giard, Brindley u. A. haben ähnliche Entdeckungen gemacht. Auf botanischem Gebiet sind die Variationskurven vieler Pflanzenspezies durch de Vries, Verschaffelt und mich ermittelt worden, die besser als jedes diagnostische Merkmal zur scharfen Unterscheidung nahe verwandter Arten geeignet sind, so z. B. für *Anthemis Cotula*, *Anthemis arvensis*, *Chrysan-*

themum inodorum, Lotus corniculatus und Lotus palustris, Vicia sepium, Vicia cassubica etc. und zahlreiche andere Compositen, Primulaceen, Ranunculaceen, Papilionaceen, Umbelliferen etc. Immerhin ist das bisher Geleistete noch wenig und es bedarf auf lange Zeit hinaus der Mitwirkung vieler Botaniker wie Zoologen, um die verschiedenen systematischen Gruppen planmässig nach der neuen Methode zu durcharbeiten. Erscheint dies auch jetzt als eine kaum zu bewältigende Riesenarbeit, so werden sich ihr doch die kommenden Generationen gerne unterziehen, wenn sie auf die bisherigen Erfolge schauen. Es bedeutet die Anwendung der statistischen Methode nicht nur eine völlige Reformation der botanisch-zoologischen Forschung, sondern auch eine gänzliche Abänderung der bisherigen naturwissenschaftlichen Bildungswege, da ein tieferes Eindringen in die moderne Variationsstatistik ohne einen guten Teil der höheren Mathematik nicht wohl möglich ist. Soweit dies ohne jene geht, sollten aber bereits jetzt die Schüler unserer Lehranstalten an die statistische Methode gewöhnt werden (vergl. auch F. Ludwig: Die Statistik, eine notwendige Hilfswissenschaft der Systematik. Deutsche Bot. Monatschrift 1897, Nr. 9). Die variationsstatistischen Ergebnisse, aus den vielen Einzelbeobachtungen einer ganzen Klasse im Unterricht zusammengestellt und graphisch veranschaulicht, geben allein ein naturwahres Bild, das seinen Eindruck auf die jungen Gemüter nicht verfehlt, während Einzelmessungen und Einzelzählungen Zufälliges, Wertloses ergeben, das langweilt und kurzhaftet. Auf den unteren Stufen sind auf statistischem Wege die wichtigsten meristischen Merkmale von der ganzen Klasse abzuleiten (Zahl und Variabilität der Blütenblätter etc.) und Gesetzmässigkeiten wie das später zu erörternde Fibonnacigesetz; auf der oberen Stufe der höheren Lehranstalten ist dann die Uebereinstimmung der gefundenen Resultate mit den Forderungen des Binominalgesetzes und — vielleicht schon etwas früher — die Uebereinstimmung der beobachteten Variationskurven mit den Kurven eines Galtonapparates zu zeigen, der in keiner Schule fehlen sollte. Bezüglich der letzteren verweise ich auf meine Erörterungen und Abbildungen im Bot. Centralbl. (l. c.), sowie auf die Originalbeschreibungen von Galton (Natural Inheritance London 1888 p. 63), Pearson (Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. Vol. 186, 1895 p. 343—414 Plate 7 Fig. 2) (vergl. auch meinen Aufsatz u. Fig. in „Die Natur“ Halle 1896 p. 307—311 und Albert Edler von Ober-

mayer, Ein Apparat zur Veranschaulichung des Fehlerverteilungsgesetzes in Mitt. über Gegenstände des Artillerie- und Genie-Wesens Wien 1899 p. 130 bis 160 Taf. 5).

Doch kehren wir zu unserem Thema zurück!

II.

Eins der wichtigsten Probleme der modernen Variationsstatistik ist es weiter, die Lokalrassen einer Spezies zu unterscheiden und gegen einander abzugrenzen. Auf botanischem Gebiet ist es De Vries und mir gelungen, durch Ermittlung der spezifischen Variationskurven für verschiedene Pflanzenarten die Existenz solcher Lokalrassen festzustellen. So sind z. B. für *Chrysanthemum segetum* verschiedene Lokalrassen ermittelt worden. Bei dem gemeinen Lolchgras (*Lolium perenne*) ergab mir die mathematische Untersuchung der von A. Heyer in Trogen in Appenzell vorgenommenen Zählung der Blüten in der Blütenähre die Existenz verschiedener Lokalformen, deren nähere Untersuchung noch vorzunehmen sein wird. Bei der Trollblume (*Trollius europaeus*) konnte ich mit Sicherheit zwei Lokalrassen näher bestimmen, die eine — ich will sie als die Thüringer Form bezeichnen, da ich sie in Thüringen überall, z. B. bei Schmalkalden, Schleusingen, Steinbach-Hallenberg, Ziegenrück, Grossebersdorf etc. verbreitet fand — zeigt bezüglich des Blütenkelches eine Schwankung zwischen 6 und 19 Kelchblättern um die Zahlen $5 + 5$ und $5 + 8$, während die Appenzeller Rasse Schwankungen zwischen 6 und 27 um $5 + 8$ und $5 + 13$ aufweist; gleiche Unterschiede ergaben sich hinsichtlich der staminoidalen Blumenblätter und der Früchte.

Auf zoologischem Gebiet sind besonders die merkwürdigen Untersuchungs-Ergebnisse von Fr. Heincke über die Naturgeschichte des Hering hervorzuheben, auf die wir hier an der Hand des kritischen Referates von Georg Dunker etwas näher eingehen. Fasst man den Hering in einem kleinen Gebiete etwas näher ins Auge, so beobachtet man die Laichschwärme alljährlich zu derselben Zeit und an denselben Stellen mit bestimmter Wasserbeschaffenheit und die Heringsschwärme ausserhalb der Laichzeit zu verschiedenen Monaten an bestimmten Punkten in Abhängigkeit von dem Auftreten bestimmter Nährtiere und im Zusammenhange mit einer bestimmten Beschaffenheit des Wassers. „Berücksichtigt man jetzt, dass allein die Individuen desselben Laichschwarmes in Folge der

beim Laichen unvermeidlichen Kreuzungen mit einander blutsverwandt sind, dass der Hering nur einmal im Jahre laicht und dass seine Entwicklungsdauer von der jeweiligen Wassertemperatur der an verschiedenen Gebieten verschiedenen Laichzeit abhängig ist, so liegt die Vermutung nahe, dass die Uebereinstimmung des Verhaltens des Laichschwarmes einer Lokalität und seine Verschiedenheit gegenüber den Laichschwärmen anderer Fundorte auch morphologisch an den ihn zusammensetzenden Individuen zum Ausdruck gelangen muss, dass mithin die Lokalform nicht nur ein biologischer, sondern auch ein morphologischer Begriff ist. Sofern aber ein diesbezüglicher Nachweis gelingt, so ist die Möglichkeit gegeben, eine Lokalform auch ausserhalb der Laichzeit an jedem Punkte wieder zu erkennen, an dem sie sich gerade aufhält und sie damit auf ihren Wanderungen zu verfolgen.“ Heincke ist es nun durch Untersuchungen von Merkmalen, die sich durch Maße und Anzahlen ausdrücken lassen, gelungen, solche Lokalrassen nachzuweisen und ihre Wanderzüge zu verfolgen. Verschiedene Lokalformen liessen sich leicht daran erkennen, dass sie in einzelnen Merkmalen (Zahlen der Wirbel, Kielschuppen, Flossenstrahlen, Schädelmaßen) nach Lage und Gestalt verschiedene Variationskurven haben (entsprechend der Verschiedenheit der Mittel und der Variationskoeffizienten). Heinckes Ergebnisse lassen sich in folgenden Sätzen ausdrücken:

1. Die Existenz von lokalen Rassen des Herings ist zweifellos bewiesen.

2. Die Rassen des Herings unterscheiden sich in sehr vielen und im allgemeinen in denjenigen Eigenschaften von einander, in denen die Species der Gattung *Clupea* von einander verschieden sind. Nur sind die Unterschiede der Rassen meistens, aber nicht immer kleiner als die der Species.

3. In der Regel sind geographisch, oder besser physisch weit von einander getrennte Rassen, die also unter sehr verschiedenen äusseren Bedingungen leben, in gewissen Eigenschaften viel verschiedener, als zusammenlebende. Es gibt jedoch auch Rassen, bei denen das Gegenteil der Fall sein kann.

4. Es können z. B. ausser den Lokalformen durch verschiedene Kombinationen der Lebensbedingungen in ein und demselben Gebiet noch neben einander bestehende Saisonrassen auftreten, wie es die Herbst- und Frühjahrsheringe der westlichen Ostsee sind.

5. Die Rassenunterschiede haben sich überall, wo eine Prüfung möglich war, als erbliche erwiesen. So waren die Rassenmittel des Schleyherings bei wiederholten Untersuchungen in verschiedenen Jahren dieselben.

6. Die Areale, die die einzelnen Rassen des Herings bewohnen, und die sie während ihrer ganzen Lebensdauer in der Regel nicht verlassen, sind sehr verschieden gross. So entfernen sich z. B. die Küstenheringe niemals weit von der Küste und laichen im Frühjahr in unmittelbarer Nähe derselben an bestimmten Plätzen, unternehmen also schwerlich weite Wanderungen. Die Hochseeheringe dagegen, die im Herbst auf flachen Bänken der hohen See laichen, treten in viel grösseren Schwärmen als die Küstenheringe auf und durchstreifen weitere Gebiete.

Nachdem Heincke die Existenz von Lokalformen und Rassen an Einzelmerkmalen zweifellos nachgewiesen hatte, handelte es sich für ihn darum, das Einzelindividuum derart morphologisch zu bestimmen, dass es sich als zu einer dieser Rassen gehörig jederzeit erkennen lässt. Es gelang ihm auch dies durch seine Methode der kombinierten Merkmale. Heincke bestimmte für die sämtlichen Merkmale der verschiedenen Rassen die Variationskoeffizienten, für das Einzelindividuum berechnete er die relativen Abweichungen von den Eigenschaftsmitteln der verschiedenen in Betracht kommenden Rassen; diejenige Rasse, zu welcher berechnet jene ins Quadrat erhobenen Abweichungen die kleinste Summe bilden, ist die Rasse, welcher das Individuum angehört ¹⁾ oder welcher es wenigstens — wenn diese Summe einen gewissen Betrag überschreitet — als Repräsentant einer neuen Rasse am nächsten verwandt ist.

¹⁾ In Uebereinstimmung mit dem Satz von der Wahrscheinlichkeit der Kombinationen individueller Abweichungen. Neunt man die Einzelwahrscheinlichkeiten der relativen Abweichungen von c verschiedenen Eigenschaften eines Individuums, $y_1, y_2, \dots, y_c$, die Grösse dieser Abweichungen $x_1, x_2, \dots, x_c$ so beträgt die Wahrscheinlichkeits-Kombination nach dem Gauss'schen Fehlergesetz

$$y_1, y_2, \dots, y_c = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{c}{2}}} e^{-\frac{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_c^2)}{2}}$$

wird also um so grösser, je kleiner die Summe

$$(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_c^2)$$

ist.

Die Zahl der von Heincke bis jetzt unterschiedenen Heringsrassen beträgt zehn, welche sich ungezwungen in zwei Hauptgruppen, die See- oder Herbstheringe und die Küsten- oder Frühlingsheringe bringen lassen. Die Herbstheringe sind durch gestreckten Rumpf, kurzen gedrunghenen Kopf und Schwanz und eine höhere Zahl von Kielschuppen zwischen den Bauchflossen und dem After gekennzeichnet im Gegensatz zu den Frühjahrsheringen. Letztere zerfallen in eine südliche, der südlichen Nord- und der westlichen Ostsee angehörige und in eine nördliche Untergruppe, die bei Schottland, im Sund, im Skagerrak, bei Rügen und in der östlichen Ostsee vorkommt. Auch der Sprott (*Clupea sprattus*) tritt in verschiedenen Lokalformen auf.

Da es an einer erschöpfenden Kenntnis aller auch nur europäischen Heringsrassen noch mangelt, konnte die variationsstatistische Methode hinsichtlich der Frage nach den Wanderungen des Hering bisher nur in einigen Fällen mit Erfolg angewandt werden. Ein solcher Fall bezieht sich auf einen grossen Seehering (schwedisch „Hafsill“), der seit dem Jahre 1878 in Bohuslän regelmässig im Spätherbst ausgelacht erscheint, um Ende des Winters wieder in See zu gehen. Von 1808 bis 1878 wurde er in Bohuslän nicht beobachtet, während vor 1808 zu gleicher Jahreszeit regelmässig ein grosser Hering („gamla sill“) gefangen wurde. Heincke erkannte 1887 in dem Hafsill nach der mathematischen Methode der Rassenbestimmung einen Hochseehering der nordöstlichen Nordsee, wodurch Ljungmanns Ansicht, dass der Hafsill auf der Jütlandsbank laiche, bestätigt wurde. 1889 reiste Heincke selbst nach der Jütlandsbank, den Bohuslän-Seehering in laichreifem Zustand zu finden, und es wurden thatsächlich laichreife Tiere von der Rasse des Bohuslän-Seeherings in grösserer Menge gefangen. 1893 wurde die Heinckesche Bestimmung durch Aurivillius angefochten, der im Darm des Hafsill eine bis dahin nur in dem nordatlantischen Ozean und dem Eismeer bekannte Flügelschnecke *Limacina balea* fand. Apstein fand jedoch 1895 — zur Bestätigung des Heinckeschen Ergebnisses — diese *Limacina* im Plankton der mittleren und nördlichen Nordsee überall verbreitet.

Auch andere auf die Wanderungen bezügliche Fragen wurden nach der mathematischen Methode erledigt, so wurde auf Grund derselben Anderssons Theorie eines alljährlich von Island kommenden Heringsschwarmes, der im Sommer und Herbst die westliche und

östliche Küste Grossbritanniens bevölkern sollte, widerlegt. Bezüglich der übrigen, auch für die Heringsfischerei wichtigen Ergebnisse der variationsstatistischen Untersuchungen sei auf das grosse, noch im Erscheinen begriffene Heinckesche Werk (Fr. Heincke, Naturgeschichte des Herings, 2 Bde. Text u. 1 Bd. Tabellen und Tafeln) selbst verwiesen.

Weldon hat die gemeine Garneele *Crangon vulgaris* von 3 Fundorten auf 4 verschiedene Dimensionen in grösseren Mengen untersucht und gefunden, dass ihre Variation dem Gauss'schen Fehlergesetz (Typ. V. der verallgemeinerten Pearsonschen Variationskurve) folgte und dass die Lokalformen für jeden dieser Wohnorte eigentümliche Mittelwerte besaßen (Proc. Roy. Soc. London V 47 No. 291, 1890 p. 445—453).

III.

Die genaue Kontrolle, welche mittelst der Variationskurven hinsichtlich des ganzen Variationsgebietes einer naturhistorischen Spezies möglich ist, hat uns auch in den Stand gesetzt, die zur Entstehung neuer Arten führenden Momente, wie Migration, Einfluss des Wohnortes und andere äussere Lebensbedingungen in einzelnen Fällen näher zu untersuchen und die noch jetzt vor sich gehende Mutation der Arten ziffermässig nachzuweisen. Zwei Beispiele mögen das des Weiteren darthun.

Vor etwa 50 Jahren wurde die Strandschnecke, *Littorina littorea*, aus England in das atlantische Küstengebiet der Vereinigten Staaten eingeschleppt und sie hat dort nach den Untersuchungen von C. Bumpus und G. Duncker derartige Formänderungen angenommen, dass die Variabilität der Art eine ganz andere geworden ist. C. Bumpus hat dies durch eine Reihe statistischer Untersuchungen, Dimensionen, Gewicht und Färbung der Schalen betreffend, erwiesen und gezeigt, dass bei je 1000 Individuen (3 in England, 10 in den Vereinigten Staaten) der Variationsumfang ein verschiedener geworden und dass die englischen Formen bezüglich desselben stets hinter den nord-amerikanischen zurück bleiben (Zoological Bulletin Boston 1898 Nr. 5 p. 247—259 m. 14 Taf.) Duncker hat die Resultate nach den neueren Methoden durcharbeitet und für die amerikanischen Formen viel höhere Variabilitätsindices ermittelt (Biol. Centralbl. Bd. XVIII 1898 Nr. 15 p. 569—573). Ebenso hat Bumpus die Mutation des aus

Europa nach Nordamerika eingeführten Sperlings untersucht und eine bedeutende Steigerung seiner Variabilität gegenüber der europäischen Stammform nachgewiesen (H. C. Bumpus, *The variations and mutations of the introduced squarrow*. Biol. Lectures Woods Hall (1896) 1897 p. 1—15).

Weldon und Herbert Thompson konnten in gleicher Weise die Wirkung der natürlichen Auslese auf die dem „Gesetz im Zufall“ unterworfenen Variationen einer Krabbe, *Carcinus Maenas*, experimentell messen. Sie haben gezeigt, dass die mittlere Stirnbreite dieser Krebse im Plymouthsund Jahr um Jahr in messbarem Grad abnimmt, schneller bei den Männchen als bei den Weibchen, und dass diese Abnahme der Stirnbreite eintritt bei Anwesenheit eines feinen Kaolinschlammes, der an Menge zunimmt und der, wie experimentell gezeigt wird, die breitstirnigen Krebse in stärkerer Masse vernichtet als Krebse mit schmälern Stirnrändern. Durch Schutz der Krebse während der Periode ihres Wachstums konnte die mittlere Stirnbreite erhöht werden. Die natürliche Auslese wirkt hier mit grosser Schnelligkeit (W. F. R. Weldon *On certain correlated variations in Carcinus maenas*. Proc. Roy. Soc. London LIV No. 328 1893 p. 318 bis 329 Report of the committee for conducting statistical inquiries into the measurable characteristics of plants and animals. Part. I: An attempt to measure the death-rate due to selective destruction of *Carcinus maenas* with respect to a particular dimension 1. c LVII No. 344, 1895 p. 360—379. — On the principal objections urged against the theory of natural selection. Report LXVIII Meet. Brit. Assoc. Bristol. 1899 p. 887—902, Nature LVIII 1898 No. 1508 p. 499—506). In England ist es besonders die statistisch-zoologische Schule (Weldon und seine Schüler Thompson und Warren), welche mit grossem Eifer die Selectionsprobleme verfolgt.

Auf botanischem Gebiet sind hierher gehörig die Untersuchungen und Experimente von H. de Vries. Durch geeignete Kulturen ist es diesem Forscher gelungen, alle möglichen Monstrositäten zum Ausgangspunkt für erbliche Rassen zu machen, und hat derselbe, nachdem die variationsstatistische Kontrolle die Ausbildung der Rasse sicher gestellt, die Samen der erblichen Monstrositäten wie der neuen nicht-monströsen Rassen den botanischen Gärten zum Tausch angeboten, so z. B. *Aster Tripolium fasciatus*, *Chrysanthemum segetum fistulosum*, *Crepis biennis fasciata*, *Dipsacus silvestris torsus*, *Geranium molle*

fasciatum, *Helianthus annuus syncotyleus*, *Helichrysum bracteatum tri-et tetracotyleum*, *Hypochoeris glabra adhaerens*, *Linaria vulgaris perlutescens*, *Lychnis vespertina glabra*, *Lychnis diurna glabra*, *Oenothera Lamarckiana nana*, *Oe. Pohliana*, *Papaver somniferum polycephalum*, *Picris hieracioides fasciata*, *Plantago lanceolata ramosa*, *Ranunculus bulbosus pleiopetalus*, *Solanum nigrum chlorocarpum*, *Trifolium pratense quinquefolium*, *Veronica longifolia fasciata* etc.

Mit welcher Sicherheit sich derartige erbliche Formen züchten lassen, ergeben z. B. die Fälle von *Linaria perlutescens* etc., wo ein abgebrochener Blütenzweig der monströsen Form zur Herstellung einer Rasse dieser Form völlig ausreichte, indem zunächst Blüten der Normalform mittelst desselben bestäubt wurden und unter den hieraus gewonnenen Sämlingen diejenigen ausgewählt und weiter kultiviert wurden, welche, wenn auch geringe Anfänge der betreffenden Neubildung zeigten. (H. de Vries *Erfelijke Monstrositeiten in den Ruilhandel der Botanische Tuinen* (Sur les courbes galtoniennes der Monstruosités Bull. Scientifique de la France et de la Belgique 1896 p. 396—418 *Monstrosités héréditaires offertes en échange aux Jardin Botaniques*) Gent 1897, ferner: *Over de Erfelijkheid van Synfisen* Bot. Jaarboek Gent 1895; *Een Epidemie van Vergroeningen* l. c. 1896; *Over het Omkeren van Halve Galton-Kurven* l. c. 1898. — Ueber Kurvenselection bei *Chrysanthemum segetum* Ber. d. Deutschen Bot. Gesellsch. 1899 Bd. XVII; Ueber die Periodicität der partiellen Variationen 1899, Bd. XVII.

Hierher gehörig sind auch die neuesten Untersuchungen von Hugo de Vries über Bastarde (Sur la loi de disjonction des hybrides Comptes rend. 26. mars 1900. Das Spaltungsgesetz der Bastarde. Ber. d. D. Bot. Ges. XVIII 1900 H. 3 p. 83—90) deren Ergebnisse demnächst in einem grösseren Werke über „Die Mutationstheorie“ ausführlicher behandelt werden und die zu dem hochinteressanten Ergebnis geführt haben, dass das „Bild der Art gegenüber seiner Zusammensetzung aus selbständigen“ Faktoren (den an materielle Träger, die Pangene, gebundenen Einzelmerkmalen) in den Hintergrund“ treten muss, dass bei der Kreuzung der Arten etc. die Kreuzung der Artmerkmale als scharf getrennter Grössen einer mathematischen Vorausberechnung fähig ist. De Vries konnte z. B. auf Grund der aus der Wahrscheinlichkeits- und Kombinationslehre abgeleiteten Formeln im Voraus zutreffend berechnen, wie viel Exemplare unter

den Nachkommen der Bastarde die Eigenschaften der Vaterpflanze, wieviele die der Mutterpflanze tragen und wieviel wiederum Bastarde sind. So erhielt er z. B. für die Nachkommenschaft der Bastarde von *Trifolium pratense album* und *T. pratense quinquefolium* auf 220 Pflanzen:

	that- sächlich	auf Grund der abgeleite- ten Formeln berechnet:
1. rot und dreizählig	13 %	19 %
2. weiss und fünfzählig	21 „	19 „
3. rot und fünfzählig	61 „	56 „
4. weiss und dreizählig	5 „	6 „

Die Methode der Variationskurven hat so die Evolutionslehre bereits um viele wichtige Thatsachen bereichert und mit ihrer Hilfe erscheinen jetzt eine Menge Probleme lösbar, die bisher einer exakten Untersuchung unzugänglich waren (vergl. auch die Arbeiten von K. Pearson, Yule u. A. *Mathematical contributions to the Theory of Evolution* in den *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Soc. A.* 1894--1900).

IV.

Eine andere Reihe von neuen Untersuchungen, die über Korrelationserscheinungen, ist gleichfalls durch die statistische Methode angebahnt worden, indem letztere uns in den Stand setzt zu entscheiden, ob die Variationen zweier oder mehrerer Merkmale eines Organismus unabhängig von einander geschehen oder von einander abhängig sind und die Korrelationsintensität zu messen (vgl. Duncker, Davenport l. c.). Bisher liegen auf diesem Gebiete nur wenige Arbeiten vor, von denen sich die meisten auf anthropologische und zoologische Merkmale beziehen. So ergibt z. B. die Wirbelzahl eines Fisches die Zahl seiner Myomeren, bei einigen Arten auch die Strahlenzahl seiner senkrechten Flossen und die Querreihenzahl seiner Schuppen, die Zahl der Bauchschilder einer Schlange ihre Rumpfwirbelzahl etc. etc., so dass aus den Untersuchungen eines Merkmals ohne Weiteres auf die Beschaffenheit anderer geschlossen werden kann. Duncker sagt darüber: „Hat man auf diese Weise mehrere verwandte Organismengruppen durchforscht, so stellt sich vielleicht — nach Befinden an Krebsen und Fischen zu schliessen — eine vorsichtige Verallgemeinerung der an ihnen erhaltenen Resultate auf

sämtliche zu dem Verwandtschaftskreise gehörigen Gruppen als möglich heraus. Ganz besonders dürfte dies für die Variabilitätsindices und die Korrelationskoeffizienten homologer Merkmale der Fall sein; Warrens Befunde homologer Dimensionen bei Carciniden und Portuniden, meine eigenen über die Aehnlichkeit bei Variabilitätsindices von Strahlzahlen homologer Flossen lassen mich in dieser Hinsicht Günstiges erhoffen.“ Wir heben hier besonders hervor die Arbeiten von Galton (*Correlations and their measurement, chiefly from anthropometric data* Proc. Roy. Soc. London Vol. 45 No. 274 1888) Weldon (*Certain correlated variations in Crangon vulgaris* l. c. Vol. 51 No. 308 1892, in *Carcinus maenas* Vol. 54 No. 328 1893), Thompson (*On correlations of certain external parts of Palaemon serratus* l. c. Vol. 55 No. 333 1894), Davenport und Bullard (*Contributions to the quantitative variability of the sexes*. Proc. Amer. Ac. Arts. Sci. Vol. 32 No. 4 1896), Duncker (*Korrelationsstudien an den Strahlzahlen einiger Flossen von Acerina cernua* L. Biol. Centralbl. Bd. 17 1897 etc. *) Die Korrelationsberechnung giebt nicht nur Auskunft über Abhängigkeit oder Unabhängigkeit verschiedener Merkmale des Individuums von einander, sondern sie gestattet auch den Nachweis, ob eine Eigenschaft erblich ist oder nicht, ob eine Eigenschaft bei der geschlechtlichen Zuchtwahl eine besondere Rolle spielt etc. In dem ersteren Fall müssen die Varianten der betreffenden Eigenschaft bei den Eltern und Nachkommen korrelative Beziehungen aufweisen. Im letzteren Fall müssen die durch Paarung bewirkten Variantenkombinationen der betr. Eigenschaft der männlichen und weiblichen Individuen in Korrelation stehen. Warren hat auf diesem Wege eine parthenogentische Vererbung bei Daphnien nachgewiesen (*E. Warren An observation on inheritance in parthenogenesis* in Proc. Roy. Soc. London LXV No. 415 1899 p. 154—158).

In der Botanik, in die die variationsstatistische Methode erst in neuester Zeit Eingang gefunden hat, liegen erst wenige Korrelationsstudien vor, so die von Fechner und de Bruyker über die Längen der verschiedenen Halmglieder der Getreidearten, von Vöchting und Jost

*) Durch Variationsbefunde wurde Duncker z. B. auch auf die bisher unbekannte Fähigkeit der Syngnathiden aufmerksam, nach Verlust der hinteren Körpersegmente nicht nur eine vollständige Schwanzflosse, sondern wahrscheinlich auch das Urostyl zu regenerieren.

über Blütenanomalien bei *Linaria*, von mir über Rand- und Scheibenblüten bei Kompositen etc. (die Literatur siehe in meinen oben citierten Abhandlungen und meinen Referaten im Bot. Centralbl. 1898—1900), von Mac Leod über Dimensionen der Buchenblätter (Over de correlatie tuschen lengte en breedte van licht- en schaduwbladen bij den groenen en bruinen beuk. Handelingen van het tweede Vlaamsch Natuuren geneeskundig Congres gehouden te Gent op 28. Augustus 1898 p. 29—41) und der Rand- und Scheibenblüten bei *Centaurea Cyanus* (Over de veranderlijkheid van het aantal randbloemen en het antaal schijfbloemen bij de korenbloem, on over correlatieverschijnselen. Handel. van het derde Vlaamsch Natuuren geneeskundig Congres gehouden to Antwerpen op 24. September 1899).

V.

Ein ergiebiges Gebiet der morphologisch-statistischen Forschung, das wir hier noch erörtern wollen, bildet die Tektonik des tierischen und pflanzlichen Organismus, der Nachweis von Gesetzmässigkeiten in seinem Aufbau und die Ermittlung ihrer Ursachen. Der Gegensatz der beiden Hauptreihen organischer Entwicklung des Tierreiches und Pflanzenreiches macht sich, was zunächst erwähnt sein möge, auch in der Form der Variationskurven beider Reiche geltend. Der Körper des Tieres hat eine frühzeitig vollendete Form, während der der Pflanze vielfach unbegrenzt erscheint, in allen Teilen aber je nach den Ernährungsverhältnissen engere oder weitere Umgrenzung aufweist. Dementsprechend zeigen die Variationskurven der Tiere vorwiegend eingipfelige Kurven, die den Variationen um einen einzigen Mittelpunkt entsprechen, die der Pflanzen sind mehr- oder vielgipfelig (vergl. Ludwig, Ein fundamentaler Unterschied in der Variation bei Tier und Pflanze, Botanisch Jaarboek der Dodonaea zu Gent (1899 bis 1900, Ueber Zahlen und Maße im Pflanzenreich, Wissenschaftliche Rundschau der Münchener Neuesten Nachrichten 1889, No. 84). Die mehrgipfeligen Variationskurven der Pflanzen zeigen aber ganz überwiegend zwei verschiedene Typen. Bei den niederen Pflanzen liegen die Gipfel derselben soweit es sich um Anzahlen handelt, bei den Potenzen von 2 (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 etc.), bei den höheren Pflanzen habe ich nachgewiesen, dass die Gipfel numerischer Variationskurven vorwiegend bei den Zahlen der Fibonnaccireihe 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 etc. und bei deren „Unterzahlen“,

welche die Intervalle jener nach gleichen Verhältnissen teilen, gelegen sind, also bei 6, 10, 16, 26, 42, 68 etc., 4, 7, 11, 18, 29, 47 etc., 9, 15, 24, 39, 63 etc. etc. so zwar, dass die erstgenannten Zahlen die Hauptgipfel, die anderen die Nebengipfel entsprechender Ordnung darstellen.

Dies Gesetz, das ich zuerst für die Zahl der Blattkreise in der Blüte, die Zahl der Blätter am Jahrestrieb, der Blüten im Blütenstand (der Compositen, Umbelliferen, Papilionaceen, Umbelliferen etc.) nachgewiesen habe und das von Weisse, de Vries und Anderen bestätigt worden ist (De Vries hat auch durch Kulturversuche nachgewiesen, dass die Pflanzen sprungweise durch jene Zahlen hindurch variieren), schien zunächst nur Geltung zu haben für solche Organe, die schraubig um eine Achse angeordnet sind und an dieser Anordnungen in den gewöhnlichen Divergenzen der Schimper-Braunschen Hauptreihe zeigen. In solchen Fällen gilt für viele Botaniker die Schwendenersche mechanische Hypothese der Blattstellung als ausreichende Erklärung für die Anordnung in den Nährungsverhältnissen des goldenen Schnittes $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{8}{21}$ $\frac{13}{34}$ $\frac{21}{55}$ $\frac{34}{89}$ etc., zu welchen die vorerwähnten Anzahlen in directer Beziehung stehen. Weitere Untersuchungen haben aber dargethan, dass auch da, wo von solchen Anordnungen nicht die Rede sein kann, das gleiche Zahlengesetz herrscht, z. B. bezüglich der Zahl der Blattrippen. So sind die Gipfel der Variationskurven für die Zahl der Seitenrippen der Blätter nach den von A. Heyer für mich gemachten Zählungen gelegen für

Fagus silvatica bei 5 und 8,
Carpinus Betulus bei 8, 10, 13,
Quercus monticola bei 10, 13,
Castanea vesca bei (13), 18, 21,
Alnus incana bei 13,
Alnus viridis bei 8,
Corylus Avellana bei 8 etc.

Schliesslich zeigen die wenigen variationsstatistischen Untersuchungen über die Längen von Stengelgliedern (De Bruyker, Over correlatieve variatie bij de Rogge en de Gerst. Handelingen van het tweede Vlaamsch Natuur- en geneeskundig Congres gehouden te Gent op 28. Augustus 1898 p. 42—56. Mit 6 Fig.) und über Blattlängen, dass

auch hier das Wachstum discontinuierlich durch gewisse Hauptwerte hindurch variiert. Die Variationskurven sind auch in diesen Fällen mehrgipfelig und es teilen die Haupt- und Nebengipfel ihrer Lage nach die Variationsweite in den Verhältnissen $\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{5} \frac{5}{8}$ etc. etc.

So teilt z. B. für die Länge des Buchenblattes der Hauptgipfel B die Variationsstrecke AC so, dass $AB : BC = 2 : 1$ und für die Nebengipfel C und D gelten die Beziehungen $AD : DB = 3 : 2$, $EC : BC = 2 : 1$. Beim Hainbuchenblatt fand ich einen Nebengipfel, der die Entfernung des Hauptgipfels vom Ende der Kurve im Verhältnis $5 : 3$ teilt etc. In der Figur 4 De Bruykers teilt der Hauptgipfel für die Längenvariation eines Halmgliedes den Variationsraum im Verhältnis $5 : 8$, die beiden Nebengipfel teilen die beiden Teile der Kurvenabszisse wieder in den Verhältnissen $3 : 5$ und $2 : 3$.

Diese merkwürdigen Befunde sind durch zahlreiche weitere Untersuchungen zu vervollständigen, noch sind sie zu vereinzelt, als dass man sie als allgemein gültige hinstellen könnte, obwohl es ein sonderbarer Zufall wäre, wenn gerade die bisher untersuchten Fälle jene Gesetzmässigkeit allein zeigten. Bestätigt sich aber das hier gefundene Gesetz allgemein, so wie für die Zahl der Blüten in den Blütenständen etc. etc. seine Allgemeingültigkeit erwiesen worden ist, dann wäre man zu der Annahme gezwungen, dass im ganzen Pflanzenreich das Gesetz discontinuierlichen Wachstums oder discontinuierlicher Substanzvermehrung Geltung hätte, das bisher nur für eine kleine Gruppe niederer Pflanzen, den Kieselalgen (*Melosira arenaria*), thatsächlich erwiesen worden ist. Die Hypothese der Allgemeingültigkeit des bei *Melosira arenaria* gefundenen Vermehrungsgesetzes ist aber auch jetzt schon die einzige, welche alle vorstehend erörterten Gesetzmässigkeiten in Dimension und Zahl (auch die Nebenzahlen der Fibonnacireihe) ebenso wie die Anordnungen nach den Divergenzen der Schimper-Braunschen Reihe einheitlich zu erklären vermöchte (Näheres über sie vergl. F. Ludwig, Weitere Kapitel zur mathematischen Botanik. Zeitschrift f. math. natw. Unterricht Bd. XIX. — Ueber Variationskurven Bot. Centralbl. Bd. LXIV 1895. — Weiteres über Fibonnacikurven Bot. Centralbl. Bd. LVIII No. 1 1896. — Beiträge zur Phytarithmetik. Bot. Centralbl. Bd. LXXI No. 8. 1897. — Ueber die Coexistenz kleiner Bewegungen bei der Variation der Pflanzen. Bot. Centralbl. Bd. LXXI No. 9.

1897. — Ueber Variationskurven. Bot. Centralbl. LXXVI 1898, LXXV 1898. Beihefte 1900.)

In der Zoologie hat im Gegensatz zu der englischen Schule, welche sich vorwiegend mit Problemen der Evolutionslehre beschäftigt, die amerikanische Schule der Variationsstatistiker, die durch Davenport und seine Mitarbeiter (Brewster, Field etc.) vertreten ist, besonders morphologisch-statistischen Untersuchungen obgelegen. Hier glauben Brewster und Field, von denen der erste seine Messungen an Säugetieren, letzterer an Insekten vornahm, durch ihre bisherigen Untersuchungen zu dem Schluss berechtigt, dass die Variabilität gewisser Eigenschaften mit ihrer systematischen Bedeutung sich steigere. (Edw. Tenney Brewster A measure of variability and the relation of individual variations to specific differences *Proced. Am. Acad. Arts Sc.* XXII 1897 p. 268 ff. — Field *Individ. var. in the wings of Lepidoptera* l. c. XXIII 1898 p. 389 ff.)

Auf dem Gebiet der Biologie (Oekologie) und Physiologie eröffnet sich der neuen Methode ein weites Feld. Bisher sind es aber nur vereinzelte kleinere Arbeiten, die hier zu verzeichnen sind. Zwar hat bereits Hermann Müller die Einteilung seiner Blumenkategorien auf Grund statistischer Ermittlungen des Insektenbesuches etc. vorgenommen, aber noch nicht nach den neueren Methoden der Variationskurven. Erst neuere Untersuchungen von Kronfeld, MacLeod u. A. haben durch graphische Darstellung statistischen Materials die Uebereinstimmung des Verbreitungsgebietes gewisser Blumenformen mit dem bestimmter (bestäubungsvermittelnder) Insektenarten, Untersuchungen amerikanischer Blütenbiologen (Robertson u. A.), die Abhängigkeit der Blütezeit gewisser Blumenformen von der Flugzeit ihrer wichtigsten Bestäubungsvermittler und, in Bezug auf letztere, konkurrenzfähigeren anderen Blumenformen dargethan. Wie auf systematischem Gebiet und dem der Evolutionslehre, so wird auch hier auf dem Gebiet der Blütenbiologie und Fruchtbologie die neue Methode reformatorisch eingreifen müssen.

Den Einfluss der Samengrösse auf die Keimzeit hat Vandevelde (J. Vandevelde Over den invloed van de grotte der zaden op de kieming *Bot. Jaarboek. Gent* 1898 p. 109—131), die Variation des Zuckergehalts der Zuckerrübe Verschaffelt nach dieser Methode untersucht (Ed. Verschaffelt Ueber asymmetrische Variationskurven. *Ber. d. D. Bot.-Ges.* Bd. XIII 1895 p. 348 ff; über das Zuckerrohr

vergl. Went en Prinsen Geerlings Zaaiproeven. Mededeelingen van het Proefstation vor Suikerriet in West-Java te Kagok-Tegal, No. 22. Soerabaia 1896).

Blicken wir auf die bisherigen Ergebnisse der statistischen Methode in den beschreibenden Naturwissenschaften zurück, so drängen sich uns zwei Forderungen unabweisslich auf, die ihrer Einführung in den naturgeschichtlichen Unterricht der Schulen, die wir schon anfangs betonten und die der Einrichtung besonderer staatlicher Institute für variationsstatistische Forschung.

Die zu bewältigende Arbeit der Variationsstatistik ist eine enorme, ihr Weg ein sehr mühsamer und eine erspriessliche Thätigkeit könnte nur entfaltet werden, wenn die Arbeiten planmässig in einem Institute gefördert würden, in dem mit den nötigen Rechenmaschinen und sonstigen Apparaten (vergl. Davenport l. c.) hinreichende Hilfsarbeiter unter der Leitung mathematisch gebildeter Variationsstatistiker zur Verfügung gestellt, die Herbeischaffung von Massenmaterial betrieben würde und besondere Sammlungen von Naturobjekten zu variationsstatistischen Zwecken angelegt würden (unsere zoologischen Sammlungen enthalten z. B. von den meisten Tieren zu wenig Exemplare, um daran statistische Untersuchungen vornehmen zu können und auch grössere Museen, wie z. B. die von London etc., an die ich mich wandte, um die Zahl der Arme von Heliaster- und anderen Seesternarten statistisch festzustellen, besitzen kaum ausreichendes Material).

Die gleiche Forderung stellt auch Duncker in einem Vortrag der Deutsch. Zool. Gesellsch., den ich gerade bei der Niederschrift dieser Zeilen erhalte (Ueber Wesen und Ergebnisse der variationsstatistischen Methode in der Zoologie. Verh. d. Deutschen zool. Gesellsch. 1899 p. 209—225). Derselbe sagt (l. c. p. 224): „Die rein statistische Forschung, sei sie auf die Lösung theoretischer oder auf die morphologischer Probleme gerichtet, betrachte ich nur als die Vorstufe zu einer wichtigeren Arbeitsrichtung, bei welcher statistisch-analytische und somit kritisch verwertbare Resultate mit Hilfe von Massensexperimenten gewonnen werden. Hierzu würde allerdings ein besonderes Institut nötig sein, welches sich von dem üblichen biolo-

gischen Laboratorium durch den grossartigeren Massstab seiner Einrichtungen zu Zuchtzwecken, vom taxonomischen Museum durch Verkehrungen zur übersichtlichen Bewahrung grosser Mengen gleichartiger Individuen unterschiede, deren Nachuntersuchung sowohl zur Kontrolle als zur Vervollständigung früherer Forschungen wichtig werden kann. Auf die hervorragende praktische Bedeutung eines solchen Institutes für Land-, Forst- und Gartenwirtschaft, für Fischerei und Viehzucht kann ich an dieser Stelle nur hinweisen; seine Hauptaufgabe aber bliebe naturgemäss die wissenschaftliche Forschung, deren Resultate direkt oder indirekt wieder der Praxis zu Gute kommen.“

VII.

Die bisherigen Erörterungen beziehen sich auf Systematik, Entwicklungsgeschichte, Morphologie, Physiologie und Biologie der Lebewesen, doch ist die variationsstatistische Methode noch auf eine ganze Reihe anderer Disziplinen anwendbar und bereits angewendet worden, die hier nur flüchtig angedeutet werden sollen.

Einige Anwendungen in Bezug auf artistische, dem menschlichen Geschmack und der Mode unterworfenen Gegenstände gibt Fechner (l. c.), so hat er an den Dimensionen von 10 558 Galleriegemälden (religiösen, mythologischen, Genre-, Landschafts- und Stilleben-Bildern) gezeigt, dass dieselben dem Gesetz der verallgemeinerten Wahrscheinlichkeitskurve folgen (Fechner, Kapitel XXI und XXVI).

Auf dem Gebiet der Linguistik lässt sich die relative Häufigkeit der einzelnen Buchstaben des Alphabets nach dieser Methode für die verschiedenen Sprachen leicht feststellen. So konnte ich z. B. konstatieren, dass in einer bestimmten Bibelausgabe die Häufigkeit des Buchstaben e in der Zeile streng dem Gauss'schen Gesetz folgt und dass die Variationskurve, welche ich für wenige Seiten ermittelt hatte, für beliebige andere Seiten dieselben blieb (Ludwig, Bot. Centralbl. LXXIII 1898, ferner G. Hagen, Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Berlin 1867). Eine gleiche Untersuchung der anderen Buchstaben ergibt einfach durch die Verhältnisse der Maximalordinaten die relative Häufigkeit, wie sie ja wohl auf Grund weniger genauen Schätzungen bei der Bezeichnung der Buchstaben durch Morsezeichen in der Telegraphie berücksichtigt worden ist (die häufigsten Buchstaben sind hier durch die einfachsten Zeichen ausgedrückt worden).

In seiner oben citierten Abhandlung hat Albert Edler von Obermayer neben seinen Erörterungen über die Streuung der Kugeln im Gefecht nach dem Gauss'schen Fehlergesetz auch über die merkwürdigen Untersuchungen des russischen Oberstleutnants Nikolaus Wolozkoi (Gewehrfeuer im Gefechte, Beitrag zur Psychophysik. Uebersetzt aus dem Russischen von Eugen Revensky. Darmstadt. Zernin 1883) eingehender berichtet. Wolozkoi sucht es durch die Gültigkeit des Fehlergesetzes für das Feuer im Gefecht zu begründen, dass die Trefferprocente der Geschosse in den Schlachten des 19. Jahrhunderts, trotz Vervollkommnung der Feuerwaffen, nicht zugenommen haben. Er stützt sich dabei auf einen offiziellen Bericht des Chefs des Militärdepartements der Vereinigten Nordstaaten vom November 1864. „Nach dem hartnäckigen Kampfe zwischen den Truppen der Süd- und Nordstaaten, bei Gettysburg in Pennsylvanien, wurden auf dem Schlachtfelde 24000 geladene Gewehre gefunden, welche den beiden am Kampfe beteiligten Armeen angehörten. Bei der Revision dieser Gewehre fand man 6000 Gewehre mit 1 Patrone, 12000 mit 2, 6000 mit 3 und mehr Patronen geladen. Die Zahl der Patronen, die in einem Gewehre sich befanden, stieg bis auf 10; in manchem Gewehr hat man bei einer Pulverladung 5 bis 6 Kugeln gefunden, und in einem alten glattläufigen Gewehre waren im Ganzen 22 Kugeln mit Zwischenschichten von Pulver enthalten. Die Anzahl der in einem Gewehre gefundenen Patronen nimmt Wolozkoi als Maß des moralischen Zustandes und die Zahl von 2 Patronen als das mittlere Maß an. Die Zahlen folgen in der That den Binominalkoeffizienten 1,2,1, und es lässt sich noch eine weitere Abstufung bilden, wenn vorausgesetzt wird, dass nicht alle, die mit 2 Patronen geladen hatten, in gewissem Zustande der Erregung waren, dass sich einige bereits dem Zustande derjenigen näherten, welche mit 3 Patronen geladen hatten, während von denen, die mit einer Patrone geladen hatten, von einer völligen Ruhe bis zu dem Grade der Aufregung, wo vergessen werden kann, ob schon geladen worden ist oder nicht, viele Abstufen gedacht werden können. Die Schützen, die mit 2 Patronen geladen hatten, machten gerade 50 % der Gesamtzahl aus, es sind daher 16 % Gewehre mit 3 Patronen, 7 % mit 4 und 2 % mit einer noch grösseren Zahl von Patronen zu erwarten. Von den mit einer Patrone geladenen Gewehren werden 16 % derjenigen Gruppe angehören, welche sich nicht Rechenschaft zu geben im Stande sind,

ob sie geladen haben oder nicht, während $7 + 2 = 9\%$, das sind 24000. 0,09 d. h. ca. 2200 Mann, als vollkommen gesetzt vorausgesetzt werden dürfen. Wolozkoi zieht hieraus den Schluss, dass 90 % aller Fehlenden sich in einer grossen Aufregung befanden, die Selbstbeherrschung verloren und 75 % überhaupt nur in geringem Grade über ihre Handlungen Rechenschaft zu geben wussten. Durch Berichte von Augenzeugen während der Gefechte, durch die bestätigten Angaben über die oft ganz unrichtig gestellten Visiervorrichtungen, sucht Wolozkoi seine Schlüsse auf den Zustand der Aufregung während des Gefechtes zu verallgemeinern und folgert daraus, dass richtiges Zielen im Gefechte nicht vorauszusetzen sei“ etc.

Die von F. Galton über die Vererbung des Talentes geführten Untersuchungen zeigen, dass sich auch die Talente nach dem Fehlergesetz ordnen lassen.

VIII.

Zum Schluss seien die Verwendungen der variationsstatistischen Methode in der Meteorologie erwähnt. Schon Fechner zeigt den Vorteil und die Anwendbarkeit dieser Methode bei der Bestimmung der täglichen Regenmenge, der Barometer- und Thermometerabweichungen vom Normalstand, eingehender bearbeitet aber K. Pearson den mittleren Barometerstand und die Abweichungen vom Mittel (*On the distribution of Frequency (Variation and Correlation) of the Barometric Height at diverse Stations. Phil. Trans. Roy. Soc. London. Vol. 190 (1897) p. 423–469 Plates 9–7 London 1898*). Ein die Frequenzkurve selbst aufzeichnendes Barometer von G. A. Youle wird a. a. O. p. 468 abgebildet und beschrieben.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Jahresbericht der Gesellschaft von Freunden der Naturwissenschaften in Gera](#)

Jahr/Year: 1896-1899

Band/Volume: [39-42](#)

Autor(en)/Author(s): Ludwig Friedrich

Artikel/Article: [Ueber neuere Ergebnisse der Variationsstatistik 91-112](#)