

Analyse der Beugungserscheinungen, welche durch einen Spalt entstehen.

Von
E. Kayser.

(Hierzu vier lithogr. Tafeln.)

Die folgenden experimentellen Untersuchungen sind an einem gewöhnlichen Spalt gemacht worden, der durch zwei messingene Platten gebildet wird, von denen die eine auf der Unterlage befestigt ist, während die zweite mittelst einer Micrometerschraube verschoben werden kann. In der üblichen Beobachtung werden die Erscheinungen als zwischen den äussersten Zuschärfungen zu Stande gekommen vorgestellt; auf die Neigung der Wandungen dieser Schärfe jedoch und ihre Dicken ist bisher nicht Rücksicht genommen. Indem auf die zu beschreibenden Erscheinungen, welche sämmtlich mit der Theorie in Einklang sich gezeigt haben, diese Dimensionen des inneren Spaltes von Einfluss sind und in Rechnung gezogen werden können, bin ich bemüht gewesen, die letzteren möglichst genau durch Messungen festzustellen.

Wenn ich durch den unmittelbar vor das Auge gehaltenen Spalt nach dem Lichte einer Kerze sehe, erhalte ich die gewöhnlichen Beugungserscheinungen, einen breiten weissen Streifen und zu beiden Seiten davon mehrere durch dunkle Zwischenräume getrennte Lichtstreifen. Diese werden breiter, je enger die Oeffnung des Spaltes gemacht wird, und scheinen von der Mitte aus zu beiden Seiten auseinanderzugehen. Treibt man die Verengung bis auf eine gewisse Grenze, so beginnen auch Streifen von den entgegengesetzten Seiten nach der Mitte zu wandern. Nachdem dieselben wie die ersten sich verbreitet haben, tritt das Ende der Erscheinung mit Verdunkelung des Gesichtsfeldes ein. Uebrigens werden die letzteren Spectra schon bei grösserer Oeffnung des Spaltes wahrgenommen, wenn das Auge anstatt geradezu mehr seitlich sich wendet. Sie rühren von der Reflexion an den inneren Wänden her. Operirt man mit Sonnenlicht, so treten die brillanten Farben zu den Spectren, in welche die dunklen Räume aufgelöst werden. Bei gesteigerter Verengung wird der Raum von verschiedener Farbe erhellt, welche allmählig die Skala weisslich, bläulich, blau und unmittelbar vor Verschluss violett durchläuft. Hält man ein polarisirendes Prisma hinter den Spalt, oder zwischen Auge und Spalt, so bemerkt man in

den helleren Farben bis zu jenen Nuancen keine wesentliche Veränderung des Lichtes; ist der Spalt aber so weit verengt, dass hinter dem letzten Gelb das weissliche Licht auftritt, so geht, wenn die Polarisations-Ebene parallel zum Spalt gedreht wird, dieses in das bläuliche, das bläuliche ins blaue, das blaue ins violette über, worauf die violette Farbe der vollständigen Dunkelheit Platz macht. Da in den letzten Phasen der Spaltverengung von den senkrecht und parallel zum Spalt einfallenden Lichtwellen zur Diffractions-Erscheinung die ersteren nur mit kürzerer Wellenlänge wirken, während die letzteren von jeder beliebigen also auch grösseren Länge sein können, so folgt aus dem Polarisationsversuche, dass die Fresnel'sche Ansicht die richtige ist, wonach die Vibrationsebene senkrecht zur Polarisationsebene angenommen wird. Das hier aufgestellte Resultat bedurfte aber näherer Begründung und aus dieser Veranlassung ist die folgende Untersuchung angestellt worden.

Als Basis für die zunächst theoretisch zu gebende Behandlung ist stets vorausgesetzt worden, dass die Lichtquelle in unendlicher Entfernung sich befindet. Die in den Spalt eintretende Welle gilt demnach als Ebene und für die Diffractionsercheinung in der zur Richtung des Spaltes senkrechten Ebene ist als Ausgang das Verhalten der gleichen Lichtphase in gerader Linie angenommen. Die Verwendung des Sonnenlichts kann als solchen Anforderungen entsprechend angenommen werden, so lange der Spalt nicht zu weit geöffnet ist, da die Ausdehnung dieser Lichtquelle in der zu den Rändern der beugenden Oeffnung senkrechten Ebene sich bemerklich macht durch Uebereinanderlagerung der Streifensysteme, welche verschiedene Theile der Lichtquelle hervorrufen. Die in den microscopischen Versuchen vorgenommenen Messungen beschränken sich auf nur sehr geringe Oeffnungen des Spaltes und zwar auf solche, bei denen noch keine Undeutlichkeit die Erscheinung in Frage gestellt hat. Das Sonnenlicht wurde ohne Diaphragma auf den Spalt geführt; in dem Falle der äussersten Verengungen, welche zum violetten Licht beitragen, konnte die Intensität des Phänomens durch Benutzung des Concavspiegels noch erhöht werden.

In Fig. 1 Taf. I stellt die Linie $OC = a$ den eigentlichen Spalt vor. Die Verbindungslinie des in seiner Verlängerung liegenden Punktes B mit A möge mit der anderen Oeffnung des Spaltes sich decken, und den Ort selbstständiger Lichterregung bilden. Zwei beliebige parallele Strahlen EO und DC , die also bei ihrem Ausgange in E und D gleiche Lichtphase gehabt haben und als äusserste Strahlen des Spaltes gelten, werden interferiren und des einen Verzögerung wird FE sein, wenn FD lothrecht zu EO ist. Nehmen wir zu rechtwinkligen Coordinaten OX und OY in solcher Lage an, dass die erste mit der Linie gleicher Lichtphase parallel geht, dann wird die Verlängerung der anderen OK den Abstand des Anfangspunktes der Coordinaten von derselben Linie darstellen, welcher mit b bezeichnet werden soll. Coordinaten des Punktes F sind FG und GO ; durch Verlängerung von FG nach H wird GH auch $= b$. Bezeichnen wir den constanten Winkel $YOB = \psi$, den durch die Richtung der

Strahlen gebildeten, veränderlichen Winkel $\angle YO E = \varphi$, ebenso wie der erste von der Richtung OY links nach rechts herum gerechnet, dann haben wir:

$$FG + FH = b \quad \text{oder} \quad -y + FH = b$$

Aus der Construction ergeben sich in dem rechtwinkligen Dreieck EFD , dessen Höhe FH ist, folgende Relationen:

$$\angle FDE = \varphi - 180^\circ$$

$$FD = -a \sin(\psi - \varphi)$$

$$FH = a \sin(\psi - \varphi) \sin \varphi$$

Daher wird der Ausdruck für die Verzögerung

$$I. \quad FE = -a \sin(\psi - \varphi) \operatorname{tg} \varphi$$

Die obige Gleichung für b geht über in:

$$-y + a \sin(\psi - \varphi) \sin \varphi = b$$

Drücken wir einstweilen x und y in Polarcoordinaten aus und setzen $OF = r$, also:

$$x = r \sin \varphi$$

$$y = r \cos \varphi$$

so erhalten wir anstatt der letzten Gleichung für b , indem wir $\sin(\psi - \varphi)$ in die einzelnen Funktionen auflösen und die Werthe für $\sin \varphi$ und $\cos \varphi$ hineinsetzen:

$$-y + a \sin \psi \frac{xy}{r^2} - a \cos \psi \frac{x^2}{r^2} = b$$

$$\text{oder da} \quad r^2 = x^2 + y^2$$

$$II. \quad (x^2 + y^2) (b + y) = a \sin \psi xy - a \cos \psi x^2$$

Wird ferner auf der Linie des gleichen Lichtausganges der Punkt A als ein Eckpunkt der unteren Spaltöffnung und der durch O gehenden Wand gehörig aufgefasst, so entsteht auch eine Interferenz bei zwei Parallelstrahlen, die von der Lichtlinie ihre Entstehung haben und über die Punkte A und C gehen. Durch den Anfangspunkt A ziehe man die Ordinaten-Axe $AY' \parallel OY$ und rechne wie im ersten Falle den Winkel $\angle Y'AC = \psi$, der durch die Linien $AC = c$ und AY' gebildet wird. Wenn nun der eine der Strahlen NC von dem andern durch A parallel gezogenen um das Stück MN absteht, der veränderliche Winkel $\angle Y'AM$ wieder φ heisst, so gilt für die Verzögerung AM der 1. analoge Ausdruck:

$$III. \quad AM = c \sin(\psi - \varphi) \operatorname{tg} \varphi$$

und werden für die Coordinaten des Punktes M

$$AP = x = r \sin \varphi$$

$$MP = y = r \cos \varphi$$

gesetzt, so geht die aus dem Dreieck ACN zu entnehmende Relation

$$\frac{r \cos \varphi}{\sin \varphi} = c \sin(\psi - \varphi)$$

mit Substitution von x und y über in die Gleichung:

$$IV. \quad (x^2 + y^2) y = c \sin \psi xy - c \cos \psi x^2$$

Somit ist diese zweite Aufgabe nur als spezieller Fall der ersteren zu nehmen, worin $b = 0$ und $a = c$ verwandelt werden.

Legt man das rechtwinklige Coordinatensystem mit Beibehaltung des Anfangspunktes O so, dass die Abscissen-Axe in den eigentlichen Spalt fällt und die Axen die Bezeichnung $O\eta$ und $O\xi$ in derselben Figur 1 erhalten, dann mögen der constante Winkel ηOX mit ψ' , der veränderliche ηOF wieder mit φ , und die Verlängerung OR der Ordinaten-Axe mit b' benannt werden. Die Coordinaten des Punktes F sind FQ und QO. Die erste schneidet die frühere OX-Axe in T und wenn sie über F hinaus verlängert wird, die Lichtlinie in S; es werden daher an diesen Punkten die Winkel QTO und FSD einander gleich, und zwar ψ' . Ferner ergeben sich folgende Werthe:

$$\begin{aligned}\angle FED &= 180^\circ + \psi' - \varphi \\ \angle SFD &= 270^\circ - \varphi \\ FD &= -a \cos \varphi \\ FS &= \frac{a \cos \varphi \cos(\psi' - \varphi)}{\sin \psi'}\end{aligned}$$

Die Verzögerung in F erhält den Ausdruck:

$$FE = - \frac{a \cos \varphi}{\operatorname{tg}(\psi' - \varphi)} \quad \text{V.}$$

Da $FQ = QT + ST - FS$ ist, so wird durch Substitution ihrer Werthe:

$$- \eta = - \frac{\xi}{\operatorname{tg} \psi'} + b' - \frac{a \cos \varphi \cos(\psi' - \varphi)}{\sin \psi'}$$

Lösst man $\cos(\psi' - \varphi)$ auf und setzt die Relationen der Polarcoordinaten ein, so geht diese Gleichung über in:

$$- \eta = - \frac{\xi}{\operatorname{tg} \psi'} + b' - \frac{a \cos \psi'}{\sin \psi'} \frac{\eta^2}{r^2} - \frac{a \xi \eta}{r^2}$$

woraus folgt:

$$(\xi^2 + \eta^2) (b' \sin \psi' + \eta \sin \psi' - \xi \cos \psi') = a \cos \psi' \eta^2 + a \sin \psi' \xi \eta \quad \text{VI.}$$

ein Resultat, das auch durch Transformation der Coordinaten in Gleichung I mittelst der Ausdrücke:

$$\begin{aligned}x &= \xi \sin \psi - \eta \cos \psi \\ y &= \xi \cos \psi + \eta \sin \psi\end{aligned}$$

und der Bedingungen

$$\begin{aligned}\psi - 2(\psi - 90^\circ) &= \psi' \quad \text{oder} \\ \psi &= 180 - \psi'\end{aligned}$$

$$\text{und } b = b' \sin \psi'$$

abgeleitet werden kann.

Wie man aus den Gleichungen II und VI für den gesuchten Ort sieht, ist die Curve eine Linie dritten Grades.

Wird der Spalt OC mit der Linie gleichen Lichtausganges AB parallel gewählt, so ist der Winkel ψ in der ersten Darstellung oder ψ' in der anderen gleich einem Rechten zu setzen, wodurch die Ausdrücke für die Verzögerung I und V übergehen in:

$$FE = -a \sin \varphi$$

und die Curvengleichungen II und VI in:

VII.
$$(x^2 + y^2) (b + y) = a x y$$

Wenn endlich $b = 0$ angenommen wird, geht die Gleichung VII in die Gleichung eines Kreises über, nämlich in:

$$x^2 + y^2 = ax$$

Auf Tafel II und III sind einige Interferenz-Curven abgebildet, wie sie bei Annahme gewisser Spaltgrössen und Richtungen mit Bezug auf die Linie gleicher Lichtphase — und zwar in den theoretisch hervorgehobenen beiden Fällen — mittelst der Ursprungskreise, welche die Spaltöffnung zum Durchmesser haben, construirt werden können.

In Fig. 1 auf Taf. II*) stellt die Linie BC den eigentlichen Spalt $= a$ vor und die im Abstände $BE = b$ gezogene Parallele AG die Linie gleicher Lichtphase. Der Punkt A der letzteren bezeichne den äussersten Punkt der BC gegenübergelegenen anderen Spaltöffnung, so dass BA die innere Wandung der einen Spalthälfte bildet, dann finden auf dieser Seite Interferenzen zwischen B und C innerhalb der Grenzen $BE \parallel CG$ und $BA \parallel CP$ und im zweiten Falle zwischen A und C, wo $AC = c$ angenommen wird, innerhalb der Grenzen $AC \parallel AC$ und $BA \parallel CP$ statt. Da die eine Grenze in beiden Fällen dieselbe ist, so wird der äusserste Punkt D, der durch das in P auf CP errichtete Loth entstanden ist, jeder der sonst verschiedenen Curven angehören. Anstatt diese Lothe für je zwei Parallele zu construiren, zeichnet man über BC als Durchmesser einen Kreis, und macht der jedesmal durch B gehenden Sehne BF das auf ihrer Verlängerung durch die Linie gleicher Lichtphase abgeschnittene Stück AD gleich. Es entsteht auf diese Weise das Curvenstück ED, welchem sich durch Interferenzen zwischen den Punkten A und C das Curvenstück DA (auf der Schleife) als Fortsetzung anschliesst. Construirt man alle Curvenpunkte unter Zugrundelegung einer nach beiden Seiten von E unbeschränkten Linie gleicher Lichtphase, so erhält man im ersten Falle auf Taf. II Fig. 2 die vollständige Curve x^1x^1 , von welcher vorhin nur das Stück ED dargestellt war, und ist die Lichtphasenlinie nicht parallel BC, sondern etwa in der Neigung JK gegeben, so gelangt man zur einfachen Construction der Curve dadurch, dass man durch den Punkt E eine Parallele EG zu JK zieht und nun auf der Verlängerung der jedesmaligen Sehne BF das von der Parallele EG begrenzte Stück $GH = BF$ macht. Das Dreieck GHJ ist nämlich congruent dem Dreieck BFC. Die dadurch entstehende Curve hat den in x^1x^1 , dargestellten Verlauf.

*) Um Uebereinstimmung mit der üblichen Lage der Coordinaten-Axen zu haben, denke man sich die drei Figuren der Tafel II um einen rechten Winkel nach rechts gedreht.

Zur Construction der vollständigen Curve x^2x^2 (Fig. 1) des zweiten Falles hat man, wenn der Kreis über AC als Durchmesser gezeichnet wird, allemal AH dem Stücke KL zwischen dem Kreise und der Lichtphasenlinie auf der Parallele durch A gleichzumachen. Geht die Lichtphasenlinie nicht durch den Endpunkt A, sondern ihr parallel durch einen andern Punkt N, welches also den Fall der Interferenzen über eine Kante im Innern der Wandungen, und übrigens nichts neues als die Curve x^1x^1 , unter Voraussetzung, dass AC (Fig. 1) BC (Fig. 2) geworden ist, vorstellt, so ergibt der jedesmalige Abschnitt $NO = KL$ auf derselben durch A zu KL gelegten Parallele einen Curvenpunkt der Curve x^2x^2 . Wird endlich $AM = AC$ (Fig. 1) senkrecht zur Lichtphasenlinie gestellt, so sind die betreffenden Curven für dieselben beiden Lichtphasenlinien durch die beiden zu AM symmetrisch gelegenen punktirten krummen Linien x^3x^3 und x^3x^3 , angegeben.

Suchen wir, unter welchem Winkel $\varphi = AJC$ für die Curve x^2x^2 (Fig. 1) der Werth der Verzögerung AH ein Maximum wird, so haben wir, da $\angle ACK = \psi - \varphi$, wo $\angle \psi = MAC$ ist:

$$AK = 2c \sin(\psi - \varphi) \quad \text{und da auch}$$

$$\angle KAL = \varphi$$

$$KL = 2c \sin(\psi - \varphi) \operatorname{tg} \varphi = AH,$$

also denselben Ausdruck, wie in der oben zu der Formel I gegebenen Ableitung. Differentiiren wir diesen Werth und setzen den Differentialquotienten = 0, so erhalten wir:

$$\operatorname{tg}(\psi - \varphi) = \frac{\sin 2\varphi}{2}$$

woraus für einen gegebenen Winkel ψ der bezügliche Winkel φ für das Maximum gefolgert werden kann.

Anf Taf. III sind die Interferenz-Curven unter Annahme der gleichen Spaltöffnung wie BC auf Taf. II Fig. 1 u. 2, aber mit Bezug auf verschieden dicke Wände oder auf abnehmende Abstände der zu BC parallel laufenden Linie gleicher Lichtphase construirt. Es finden sich hier Darstellungen nach den der Figur beigeschriebenen Verhältnissen des Spaltes zum Abstände der Lichtlinie:

$$1 : 20$$

$$1 : 4$$

$$1 : 3$$

$$1 : 2$$

$$1 : 1$$

$$1 : \frac{1}{2} \text{ und}$$

$$1 : \text{einem noch kleineren Werthe als } \frac{1}{2},$$

welcher die Schleifenbildung veranlasst. Bei dem vorangehenden Verhältniss $1 : \frac{1}{2}$ ist die Grenze erreicht, wofür die Curve unter dem Neigungswinkel von 45° zugespitzt gerade den Spaltendpunkt trifft. Der Winkel φ ist nämlich abhängig von der Bedingung:

$$b = a \sin \varphi \cos \varphi$$

Wird nun $b = \frac{a}{2}$, so folgt:

$$1 = 2 \sin \varphi \cos \varphi$$

oder $\angle \varphi = 45^\circ$

Ausserdem kann bei beliebiger Aenderung des Winkels φ die Verzögerung nicht über den Spaltendpunkt hinausgehen; denn wegen der Construction $AD = BF$ (Fig. 2 Taf. II) in diesem Falle ist F die Spitze des gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks im erzeugenden Kreise und somit der höchste Punkt. Wird die Dicke des Spaltes $b = 0$ genommen, so geht die Curve in den erzeugenden Kreis selbst über.

Die dargestellte Curve mit der Schleife zeigt eine ähnliche Gestalt, wie die auf Taf. II Fig. 31 im Werke von Magnus „Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen aus der analytischen Geometrie, Berlin 1833“ dargestellte, welche einer auf pag. 265 u. ff. abgehandelten Aufgabe entspricht: Es sind drei Punkte gegeben. Man soll den Ort des Punktes finden, welcher so liegt, dass die Geraden, welche von diesem Punkte nach dem gegebenen Punkte gezogen werden, gleiche Winkel bilden. Als Gleichung des gesuchten Ortes wird in dem genannten Werke angeführt:

$$(ay - bx)(y^2 + x^2 + 2xy \cos \alpha) - ab(y^2 - x^2) = 0$$

worin die beiden Verbindungslinien zwischen den drei Punkten a und b zu Coordinatenaxen mit dem Zwischenwinkel α und die Coordinaten des gesuchten Punktes $x \parallel a$, $y \parallel b$ bezeichnet sind.

Es fragt sich, ob eine Verwandtschaft zwischen den beiden verschiedenen lautenden Aufgaben vorhanden ist, und wenn eine, welche? Da die Coordinatensysteme nicht dieselben sind, bringen wir die obige Gleichung durch Substitution der Werthe:

$$x = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha} x' - \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin \alpha} y'$$

$$y = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} x' + \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} y'$$

auf die Form rechtwinkliger Coordinaten, wofür der Anfangspunkt derselbe ist, nämlich der Punkt, worin die Linien a und b zusammenkommen, und β den Winkel bedeutet, welcher durch die Coordinate x' mit a zu Stande kommt.

Um nun die Coefficienten gleich hoher Potenzen von x und y der oben aufgestellten allgemeinen Gleichung I und der zu transformirenden vergleichen zu können, setzen wir statt der in jener vorkommenden Grössen a und b zur Unterscheidung von den in der letzteren gebrauchten die grossen Buchstaben A und B und lassen nach der Transformation die Indices von x und y bei Seite. Der Nenner $\sin \alpha^2$ geht in der transformirten auf Null gebrachten Gleichung fort. Die entsprechende Gleichung I wird

$$y^3 + x^2(B + A \cos \psi) + x^2y + By^2 - A \sin \psi xy = 0$$

Der Coefficient von x^3 muss Null werden, daher ist:

$$\frac{1}{\sin \alpha} (a \sin (\alpha - \beta)^2 \sin \beta + a \sin \beta^3 + 2 a \cos \alpha \sin (\alpha - \beta) \sin \beta^2) \\ - \frac{1}{\sin \alpha} (b \sin (\alpha - \beta)^3 + b \sin (\alpha - \beta) \sin \beta^2 + 2 \beta \cos \alpha \sin (\alpha - \beta)^2 \sin \beta) = 0$$

oder

$$a \sin \beta (\sin (\alpha - \beta)^2 + \sin \beta^2 + 2 \cos \alpha \sin \beta \sin (\alpha - \beta)) \\ - b \sin (\alpha - \beta) (\sin (\alpha - \beta)^2 + \sin \beta^2 + 2 \cos \alpha \sin \beta \sin (\alpha - \beta)) = 0$$

Hieraus folgt:

$$a \sin \beta = b \sin (\alpha - \beta) \quad 1)$$

Der Vergleich der Coefficienten von y^3 ergibt:

$$\frac{1}{\sin \alpha} (a \cos \beta \cos (\alpha - \beta)^2 + a \cos \beta^3 - 2 a \cos \alpha \cos (\alpha - \beta) \cos \beta^2) \\ + \frac{1}{\sin \alpha} (b \cos (\alpha - \beta)^3 + b \cos (\alpha - \beta) \cos \beta^2 - 2 b \cos \alpha \cos (\alpha - \beta)^2 \cos \beta) = 1$$

oder:

$$\frac{a \cos \beta + b \cos (\alpha - \beta)}{\sin \alpha} (\cos (\alpha - \beta)^2 + \cos \beta^2 - 2 \cos \alpha \cos (\alpha - \beta) \cos \beta) = 1$$

Der Factor:

$$\frac{a \cos \beta + b \cos (\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$$

lässt sich durch Verwendung der Bedingung 1) umformen in:

$$\frac{a (\sin (\alpha - \beta) \cos \beta + \cos (\alpha - \beta) \sin \beta)}{\sin \alpha \sin (\alpha - \beta)} = \frac{a}{\sin (\alpha - \beta)}$$

Daher wird

$$\frac{a}{\sin (\alpha - \beta)} (\cos (\alpha - \beta)^2 + \cos \beta^2 - 2 \cos \alpha \cos (\alpha - \beta) \cos \beta) = 1 \quad 2)$$

Aus der Gleichstellung der Coefficienten von x^2y entsteht die Gleichung:

$$\frac{2}{\sin \alpha} (a \sin \beta - b \sin (\alpha - \beta)) (\sin \beta \cos \beta - \sin (\alpha - \beta) \cos (\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos (\alpha - \beta) \sin \beta + \cos \alpha \sin (\alpha - \beta) \cos \beta) \\ + \frac{1}{\sin \alpha} (a \cos \beta + b \cos (\alpha - \beta)) (\sin (\alpha - \beta)^2 + \sin \beta^2 + 2 \cos \alpha \sin (\alpha - \beta) \sin \beta) = 1$$

Durch Zuhülfenahme der Bedingung 1) verschwindet der erste Theil und der zweite geht über in:

$$\frac{a}{\sin (\alpha - \beta)} (\sin (\alpha - \beta)^2 + \sin \beta^2 + 2 \cos \alpha \sin (\alpha - \beta) \sin \beta) = 1 \quad 3)$$

Die Summation der Relationen 2) und 3) ergibt die einfache Bedingung:

$$\frac{a \sin \alpha^2}{\sin (\alpha - \beta)} = 1 \quad 4)$$

während ihre Differenz eine identische Gleichung liefert.

Aus der Vergleichung der Coefficienten von xy^2 folgt:

$$\frac{1}{\sin \alpha} (a \sin \beta - b \sin(\alpha - \beta)) (\cos(\alpha - \beta)^2 + \cos \beta^2 - 2 \cos \alpha \cos(\alpha - \beta) \cos \beta) = 0$$

und wegen Bedingung 1) hieraus identisch $0 = 0$

Endlich findet man aus der Gleichstellung der drei Coefficienten von xy , x^2 und y^2 die drei Bedingungen:

$$5) \quad 2 ab (\sin \beta \cos \beta + \sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \beta)) = A \sin \psi$$

$$6) \quad ab (\sin(\alpha - \beta)^2 - \sin \beta^2) = B + A \cos \psi$$

$$7) \quad ab (\cos(\alpha - \beta)^2 - \cos \beta^2) = B$$

Wenn man von der Gleichung 6) die Gleichung 7) abzieht und durch das Resultat die Gleichung 5) dividirt, erhält man:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= \frac{2 \sin \beta \cos \beta + 2 \sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\cos \beta^2 - \sin \beta^2 - (\cos(\alpha - \beta)^2 - \sin(\alpha - \beta)^2)} \\ &= \frac{\sin 2\beta + \sin 2(\alpha - \beta)}{\cos 2\beta - \cos 2(\alpha - \beta)} \\ &= \frac{2 \sin \alpha \cos(2\beta - \alpha)}{2 \sin \alpha \sin(\alpha - 2\beta)} \end{aligned}$$

oder:

$$8) \quad \operatorname{tg} \psi = \operatorname{cotg}(\alpha - 2\beta)$$

Durch Verwendung dieser Relation lassen sich die Grössen A und B als Functionen von a , b , α , β darstellen. Nehmen wir die Bedingungen 1) und 4) hinzu, so wird das Endresultat dieser Untersuchung die Aufstellung folgender Gleichungen sein:

$$9) \quad b = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha^2}$$

$$10) \quad a = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha^2}$$

$$11) \quad B = ab \sin \alpha \sin(2\beta - \alpha)$$

$$12) \quad A = 2 ab \sin \alpha$$

$$13) \quad \psi = 90^\circ + 2\beta - \alpha$$

Hieraus folgt, dass dieselbe Curve für beide Aufgaben unter gewissen Bedingungen gewonnen werden kann. Sind von den drei Grössen der einen Aufgabe a , b und α zwei z. B. die beiden letzten gegeben, so lassen sich aus den Gleichungen 9) und 10) die zugehörigen a und β ermitteln, welche durch Gleichung 11) 12) und 13) zur Auffindung der bezüglichen Grössen der anderen Aufgabe A, B und ψ und damit zur Construction der gleichen Curve führen. Setzen wir zur Bestimmung des Ortes des Scheitelpunktes der gleichen Winkel die eine Seite $b = 1$ und den zwischen den beiden Seiten gelegenen Winkel $\alpha = 108^\circ$ beispielsweise fest, so ergiebt die Berechnung nach den aufgestellten Formeln:

$$\begin{aligned}
\beta &= 64^{\circ} 46' \\
\alpha - \beta &= 43^{\circ} 14' \\
a &= 0.7573 \\
2\beta - \alpha &= 21^{\circ} 32' \\
B &= 0.2644 \\
A &= 1.4405 \\
\psi &= 111^{\circ} 32'.
\end{aligned}$$

Mit diesen Werthen ist die für beide Aufgaben gleiche Curve auf Taf. II Fig. 3 construirt. OX und OY sind die rechtwinkligen Coordinaten. Auf der Verlängerung der Y-Axe ist OE = B aufgetragen und durch E die Parallele zur X-Axe gezogen. OA = A bildet mit der Y-Axe den gegebenen Winkel YOA = $\psi = 90 + 2\beta - \alpha$. Was die correspondirende Aufgabe betrifft, so ist OB = a unter dem Winkel XOB = β , OD = b unter dem Winkel BOD = α construirt. Während die Curve in ihren beiden Extremitäten asymptotisch zur X-Axe sich verhält, geht ihr mittlerer Zug auf dem Wege OCBEOD, und zwar beiden Aufgaben entsprechend.

Einiger Eigenschaften, welche die Folge der Construction sind, mag noch Erwähnung geschehen. Bei einer Curve, wie die vorliegende, sind zunächst die von den Endpunkten der Linien a und b von B und D (Fig. 3) auf die X-Axe gefällten Lothe gleich gross. Dies folgt einfach aus der Bedingung 1). Da:

$$\begin{aligned}
\angle YOB &= 90^{\circ} + \beta \\
\angle YOA &= 90^{\circ} + 2\beta - \alpha
\end{aligned}$$

so ist der Unterschied beider $\angle AOB = \alpha - \beta$ und also auch so gross, wie der Winkel DOX.

Durch den Schnittpunkt der Curve und der durch E zur X-Axe gelegten Parallele geht ferner auch die Linie OA und wird halbirt. Als Beweis dient folgender Schluss. Der Punkt C als Schnitt der Linie OA und der durch E zu X gelegten Parallele aufgefasst, entspricht der Bedingung:

$$\frac{OE}{OC} = \sin(2\beta - \alpha), \quad \text{also:}$$

$$OC = \frac{B}{\sin(2\beta - \alpha)}$$

Wird statt B der Werth aus Bedingung 11) gesetzt, so folgt:

$$OC = ab \sin \alpha$$

daher nach der Bedingung 12) die Hälfte von OA.

Wenn man aber bedenkt, dass der Punkt C, als Schnitt der Parallele durch E und der Curve gedeutet, der Bedingung der Ordinate $y = -B$ entspricht und dieser Werth auch der oben aufgestellten Gleichung I genügen muss, so folgt durch Einsatz dieses Werthes in die Gleichung I:

$$\begin{aligned}
0 &= -A \sin \psi x B - A \cos \psi x^2 \\
x &= B \operatorname{tg} \psi
\end{aligned}$$

d. h. OE bildet mit diesem OC auch denselben Winkel, wie vorhin, $2\beta - \alpha$ und demnach fallen die Linien OC in eine zusammen.

Endlich lässt sich zeigen, dass die vier Punkte O, A, B, D in der Peripherie eines Kreises liegen. Da hier die Eigenschaft des Kreisviereckes, dass die Summe zweier gegenüberstehender Winkel zwei Rechte beträgt, in Betracht kommt, so bezeichnen wir:

$$\begin{aligned} OD &= b = 1 \\ OB &= a = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha^2} \end{aligned}$$

die durch die Diagonale:

$$OA = \frac{2 \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$$

an dem Punkte O gesonderten Winkel:

$$\begin{aligned} DOA &= \beta \quad \text{und} \\ AOB &= \alpha - \beta \end{aligned}$$

und die der Diagonale gegenüberstehenden Winkel:

$$\begin{aligned} OBA &= \gamma \\ ODA &= \delta \end{aligned}$$

und erhalten die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{2 \sin \alpha \sin(\alpha - \beta)}{1 - 2 \sin \alpha \cos(\alpha - \beta)} \\ \operatorname{tg} \delta &= \frac{\frac{2 \sin(\alpha - \beta) \sin \beta}{\sin \alpha}}{1 - 2 \frac{\sin(\alpha - \beta) \cos \beta}{\sin \alpha}} \end{aligned}$$

Wird nun nach der Formel:

$$\operatorname{tg}(\gamma + \delta) = \frac{\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \delta}{1 - \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \delta}$$

aus den beiden oberen Gleichungen der Werth für $\operatorname{tg}(\gamma + \delta)$ gebildet, so ergibt sich:

$$\operatorname{tg}(\gamma + \delta) = \frac{2 \sin \alpha \sin(\alpha - \beta) \left(1 - 2 \frac{\sin(\alpha - \beta) \cos \beta}{\sin \alpha}\right) + 2 \frac{\sin(\alpha - \beta) \sin \beta}{\sin \alpha} \left(1 - 2 \sin \alpha \cos(\alpha - \beta)\right)}{\left(1 - 2 \sin \alpha \cos(\alpha - \beta)\right) \left(1 - 2 \frac{\sin(\alpha - \beta) \cos \beta}{\sin \alpha}\right) - 4 \sin \beta \sin(\alpha - \beta)^2}$$

Der Zähler des Bruches lässt sich umformen in:

$$4 \sin \alpha \sin(\alpha - \beta) - 4 \sin(\alpha - \beta) (\sin(\alpha - \beta) \cos \beta + \cos(\alpha - \beta) \sin \beta)$$

und verschwindet, da der Factor:

$$\sin(\alpha - \beta) \cos \beta + \cos(\alpha - \beta) \sin \beta = \sin \alpha$$

ist, während von dem Nenner sich zeigen lässt, dass er einen von Null verschiedenen und zwar negativen Werth annimmt.

Wird in dem Ausdruck für den Nenner, der transformirt übergeht in:

$$1 - 2 \frac{\sin(\alpha - \beta) \cos \beta}{\sin \alpha} - 2 \sin \alpha \cos(\alpha - \beta) + 4 \sin(\alpha - \beta) \cos \alpha$$

für das dritte Glied die Bedingung 9) mit der Verwandlung von b in 1, also:

$$\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

hineingesetzt, so vereinigt sich das zweite und dritte Glied zu -2 und der ganze Ausdruck des Nenners erhält den einfachen Werth:

$$-1 + 4 \sin(\alpha - \beta) \cos \alpha$$

Wenn man $\sin(\alpha - \beta)$ entwickelt und die Relation

$$\sin \beta = \sin \alpha^2$$

hinzunimmt, gewinnt man den Werth:

$$-1 + 4 \sin \alpha \cos \alpha \cos \beta - 4 \sin \alpha^2 \cos \alpha^2$$

Da nun der Ausdruck:

$$\begin{aligned} -1 + 4 \sin \alpha \cos \alpha - 4 \sin \alpha^2 \cos \alpha^2 &= -(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha)^2 \\ &= -(1 - \sin 2\alpha)^2 \end{aligned}$$

immer negativ bleibt, welchen Werth man auch α geben mag, so wird mehr noch der zuletzt für den Nenner angeführte Werth in dem Falle wo $4 \sin \alpha \cos \alpha$ positiv ist, negativ werden, da in ihm der eine Theil durch den positiven Factor $\cos \beta$ verkleinert ist. Tritt aber der andere Fall ein, demgemäss $4 \sin \alpha \cos \alpha$ negativ sich herausstellt, so sind überhaupt drei negative Ausdrücke zu summiren.

Es folgt somit, dass $\angle \gamma + \delta = 180^\circ$ ist.

Beiläufig bemerkt ergibt sich für den Radius des durch die vier Punkte gehenden Kreises nach der Formel:

$$\varrho = \frac{1}{2 \sin \alpha} \sqrt{\left(\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha^2} \right)^2 + 1 - 2 \frac{\sin(\alpha - \beta) \cos \alpha}{\sin \alpha^2}}$$

der Zahlenwerth $\varrho = 0,7511$.

Ueber die Gegenpunkte dieses Kreisviereckes lässt sich noch folgender Satz aussprechen: „Ist von zwei Parallelstrahlen, welche bei ihrem Durchgange durch die Punkte A und O ihren Ausgang von zwei Punkten auf der durch E gehenden Linie gleicher Lichtphase genommen haben, der eine gegen den anderen bis zu einem gewissen Punkte der Curve verzögert, und werden von diesem Curvenpunkte durch die anderen Punkte B und D Strahlen gezogen, welche die Linie gleicher Lichtphase in zwei anderen Punkten schneiden, so stehen diese zu jenen in harmonischer Proportion“. Dies folgt einfach aus der Construction, nach welcher der durch Strahlen von einem Curvenpunkt nach B und D gebildete Winkel durch den Strahl nach O halbirt wird, und dieser zu dem vierten rechtwinklig sich verhält.

Ist in Fig. 2 Taf. I a die schmalere, massgebende Oeffnung des Spaltes und zugleich die Seite der gleichen Lichtverbreitung, von welcher die Strahlen nach der anderen Oeffnungsseite bb ausgehen, so werden die Gangunterschiede dieser Strahlen je nach der Abweichung von der senkrechten Richtung 0 0 0 durch die Linien 01, 02, 03 dargestellt werden, welche der über a als Durchmesser construirte Halbkreis abschneidet. Das Microscop ist auf die Oeffnung a eingestellt. Für die Einstellung auf die Oeffnung bb oder in diesem Sinne noch entfernter von a gelegenen Richtungen werden diese Abschnitte noch gleich gross sein, ihre Vertheilung wird aber anders ausfallen und für die Richtung

bb beispielsweise durch die Curve 0123 über bb graphisch dargestellt. Legt man den Spalt um, so dass bb nach b'b' kommt, so ist die breitere Oeffnung die Lichtausbreitungslinie, die Verzögerungen werden jetzt durch die Curve über b'b' wiedergegeben, deren Abschnitte über b'b' gemessen in denselben Richtungen wie erst gleich gross ausfallen. So wie nun die Anordnung der Farben des Spectrums in umgekehrter Folge von der in der ersten Lage des Spaltes vor sich geht, so werden überhaupt die Farbenbilder sich umkehren, wenn das Microscop zu nahe oder zu ferne eingestellt ist. Um den Gang der Spectra zu übersehen, und auch gewisse Ungleichheiten auszuglätten, empfiehlt es sich, was ich oft in meiner Untersuchung gethan habe, das Microscop absichtlich aus der Fixirung des Brennpunktes herauszubringen, wenngleich andererseits die Intensität geschwächt wird.

Dasselbe Verhältniss findet auch statt, wenn in Fig. 3 auf Taf. I innerhalb des Spaltes, dessen parallele Flächen in aa und bb sich befinden, an den äussersten Enden einer schrägen Linie, die von aa und cc begrenzt wird, Strahlen zur Interferenz kommen. Verbreitet sich das Licht von bb aus in Richtungen, die von der senkrechten Lage 000 abweichen, so werden die ursprünglichen Verzögerungen durch die mit aufrecht geschriebenen Zahlen 1, 2, 3 bezeichneten Abschnitte der Curve unmittelbar über bb dargestellt, welche weiter nach oben in die gleichbezeichneten Abschnitte der Schleife über cc, und dann in die Abschnitte desjenigen Kreises über aa verlaufen, der jene schräge Linie zum Durchmesser hat. Kehrt man den Spalt um, so ist aa die Licht erzeugende Linie und die durch die umgekehrt geschriebenen Zahlen bezeichnete Schleife bildet die Darstellung der Verzögerungen, die mit Bezug auf cc in die Kreisabschnitte und mit Bezug auf bb in die Abschnitte einer anders als erst gestreckten Curve sich verwandeln. Kreis- und Curven-Abschnitte sind ebenfalls mit umgekehrten Zahlen versehen. Alle entsprechenden Abschnitte haben unter einander in beiden Lagen des Apparates gleiche Grösse. Ueber die Anordnung der Farben und ihre Umkehrung gilt dasselbe, wie im ersten Falle.

Anders aber machen sich die Verhältnisse, wenn die Oeffnungsflächen nicht parallel sind. Der Blick auf Fig. 4, Taf. I, worin OC und AB die Oeffnungen des Spaltes darstellen, und nach drei Weisen Interferenzen vorkommen, ist genügend, um die Ungleichheit der Verzögerungen zu erkennen, die durch die in beiden Lagen construirten Lothe von den Parallelen abgeschnitten werden.

Die Untersuchung unseres Spaltes hinsichts der Neigung und Breite der Facetten beider Hälften führte zu einem Resultate, das durch Darstellung des Durchschnittes, wenn der Spalt geschlossen ist, in Fig. 2 auf Taf. IV, und zwar im Verhältniss von 1000 : 1 wiedergegeben ist. Die betreffenden Winkel sind den Seitenflächen beigelegt, diese in Millimeter ausgedrückt. Es soll für die Folge der Kürze wegen die Millimeterbezeichnung ausgelassen werden. Die linke Seite ist die Schieberseite, durch die Schraube zu bewegen, während die rechte festsetzt. Obwohl ein Goniometer behufs Winkelmessung mir nicht zur Hand war, glaube ich doch durch Beobachtung der Spiegelbilder einer Kerze

der Kenntniss der betreffenden Winkel sehr nahe gekommen zu sein. Die Breite der losen Spaltwand OA ergab sich = 0.1290, für die feste OB erhielt ich 0.0897, durch microscopische Messung. Eine genauere microscopische Bestimmung der Breiten der einzelnen drei Facetten der linken Seite war unmöglich, da dieselben unter zu flachen Winkeln zusammenstossen und nicht deutlich genug sich abheben. Die beigesetzten Zahlen sind daher nur Schätzungen, deren Richtigkeit durch die ferneren Beobachtungen bestätigt wird. Ein helles Hauptbild erschien auf der am meisten geneigten Wand, während zwei schwächere gleiche Bilder von den anderen Facetten gewonnen wurden; ich nehme die Breiten in den einfachsten Grössenverhältnissen an, nämlich gleich der Hälfte der ganzen Wand, also 0.0645 und für die anderen beiden gleich der Hälfte dieser = 0.0322. Uebrigens gelten alle diese Zahlen als Mittelwerthe, da der Schliff der Flächen auf dem ganzen Spalte entlang wohl nicht als ganz genau parallel anzunehmen ist. Die Spaltlänge betrug überhaupt $11\frac{1}{2}$ mm, während davon nur 2 mm im Diaphragma zur Geltung kommen. In der durch O gelegten punktirten horizontalen Linie hat man sich die Messung der Oeffnung zu denken; eigentlich hätte über der horizontalen Linie zu beiden Seiten eine Abschrägung von etwa 30° der Zeichnung zugefügt werden müssen, um den vollständigeren Durchschnitt zu erhalten, aber diese Neigungen können für unsere Beobachtungen ausser Acht gelassen werden.

Die Messung der eigentlichen Spaltöffnung ist auf dreifache Weise versucht worden; erstens dadurch, dass die Abweichung feiner Theile des Glasmicrometers, das auf der einen Spaltöffnung befestigt ist, von der Theilung eines anderen unmittelbar neben jenem auf der andern Hälfte angebrachten durch das Microscop bestimmt wird; zweitens, indem an einem äusserst feinen Spinnefaden, der dicht über den Spalthälften in einer nur wenig zur Spaltlinie geneigten Richtung befestigt ist, die zwischen der Spaltöffnung enthaltene transversale Länge desselben gemessen wird, welche im vergrössernden Sinne die bezügliche Oeffnung repräsentirt. Das dritte Verfahren, welches der directen Messung der Revolution der den beweglichen Spalt treibenden Schraube gilt, ist das einfachste und hat sich vollständig genügend bewährt. Die in der Folge mitgetheilten Zahlen sind Ergebnisse dieser Art. Allerdings erhielt ich im Anfange meiner Beobachtungen Werthe, die darauf hinwiesen, dass der vom Verschluss der Oeffnung ausgehende Schraubendrehungsbetrag wegen Unrichtigkeit im Parallelismus der Schieber in grösserem Masse beansprucht wurde, als es die Oeffnung erforderte. Es trat gewissermassen eine Verschleppung ein, die aber wegen ihrer am Microscop erkannten Continuirlichkeit für die Beurtheilung der Lichtphasen in den engsten Verhältnissen der Oeffnung geradezu wichtig wurde. Dieser Unregelmässigkeit wegen suchte ich eben auf andere Weise von der Schraube mich unabhängig zu machen. Nachdem ich aber an dem Apparate durch Abschliff der Schlitten Aenderungen vorgenommen hatte, stellte sich ein etwa um die Hälfte kleinerer Werth heraus, den ich nicht anders als correct bezeichnen kann. Eine ausserordentlich geringe Abweichung vom Parallelen

der Spaltschneiden behielt ich übrigens absichtlich bei, zählte aber bei Verschluss den Nullpunkt von derjenigen Berührungsstelle aus, wo am wenigsten Licht mehr durchkommt, und beobachtete auch in dieser Richtung die Vorgänge der Farbenspectren.

Messungen in jenen drei Arten, wie Fig. 4 Taf. I sie bezeichnen kann, sind zu verschiedenen Zeiten und oft gemacht worden; die folgenden Angaben gelten als Mittelwerthe.

Wenn dem Microscopspiegel die Stellung gegeben wird, dass er längs der linken Wand von 6° Neigung die Sonnenstrahlen durchschickt, erhielt ich für dreimalige Wiederholung der gelben Farbe die Oeffnung des Spaltes

0.00192

Dieselbe Beobachtung an der rechten Seite für $9^{\circ} 30'$ Neigung lieferte den Oeffnungswerth

0.00336

Endlich wurde für senkrecht auf den Spalt fallende Strahlen der entsprechende Werth von

0.00432

erlangt.

Man vergleiche dazu die Durchschniffsfigur Fig. 2 auf Taf. IV; die Strahlen kamen von unten durch die grössere Oeffnung nach dem eigentlichen Spalt. Mehr als drei Wiederholungen liessen sich wegen Verwischung und Schwächerwerden der Farben nicht machen. Auch ist noch zu bemerken, dass diese Messungen wie die folgenden in zwei verschiedenen Stellungen des Spaltes zum Microscopspiegel und damit zur Sonne gewonnen sind, so dass entweder der Spalt in dem Azimut der Sonne oder darauf senkrecht stand. Je näher man dem Schlusse der Spaltöffnung kommt, desto geringer wird die Anzahl der Farbennuancen, die man gleichzeitig im Gesichtsfeld überblickt, daher man häufig zur Orientirung die Drehung des Spiegels zu Hülfe ziehen muss. Auf diese Weise kann das Zunehmen der Interferenz von dem äussersten AC (Fig. 4 Taf. I), wo die parallelen Strahlen in eine Linie zusammenfallen bis zu dem Moment, wo durch die volle Oeffnung Parallelstrahlen mit AO durchgehen, verfolgt werden; dann kommt der Durchgang durch die volle Oeffnung in immer geraderer Richtung, von dieser weiter nach rechts wieder der schrägere Gang, welcher mit der Richtung BO das Aufhören der Interferenzerscheinung beschliesst. In dem Falle, wo das volle senkrechte Licht benutzt wird, sind die bezüglichen Messungen der speciellen Farbenreihe durch die folgende Tabelle wiedergegeben, worin die Wahl der Bezeichnung der Farbe nur einen ungefähren Anhalt an die Skala beanspruchen soll. Die Polarisations-Ebene des zu besserer Präcision der Erscheinung beitragenden Nicol'schen Prismas war senkrecht zum Spalt gestellt.

0.00000	
28	violett
56	blau
84	bläulich
0.00112	weissgelb
14	goldgelb
19	carmosin
23	blau
25	grün
29	gelblich grün
34	carmosin
38	blau
40	grünlich
0.00432	gelblich.

Die Zahlen für die einzelnen Erscheinungen des zuerst angeführten, äussersten Spectrums sind abgerundet und können auf vollständige Richtigkeit nicht Anspruch machen, einmal wegen ihrer ausserordentlichen Kleinheit, andererseits aber deshalb, weil über die Grenzen der Farben ein Zweifel obwalten kann. Nur geringe Vergrösserung wurde bei der microscopischen Untersuchung angewendet. Von ausserordentlichem Vorthail war die Einschaltung eines Rohres zwischen Objectiv und Spalt zum Abhalten fremden Lichtes.

Was nun die Uebereinstimmung zunächst der seitlichen Farbenspectra mit der Theorie betrifft, so gilt es nach Fig. 2 Taf. IV die Richtung der licht-erzeugenden Linie AB zu berücksichtigen. Wenn man die Neigung der Verbindungslinie AO, = 0.1290 gemessen, mit der Verticalen zu 16° annimmt, so findet man durch Rechnung, dass das von A auf die durch O gehende Spaltebene gefällte Loth 0.1240 und der von O zum Fusspunkt dieses Lothes reichende Abschnitt 0,0356 zu Werthen haben. Die entsprechenden beiden Linien für den andern Punkt B sind:

$$\begin{array}{c} 0.0888 \\ 0.0148 \end{array}$$

Mit den berechneten Daten erhält die Tangente des Winkels, welchen die Richtung AB mit der Spaltebene bildet, den Ausdruck:

$$\frac{0.1240 - 0.0888}{0.0356 + 0.0148} = \frac{0.0352}{0.0504} = \text{tg } 34^{\circ} 56'$$

Zur Verwendung in dem Ausdruck der Verzögerung, Formel V der theoretischen Betrachtung, haben wir der dortigen Vorstellung gemäss den Winkel $\psi' = 90^{\circ} - 34^{\circ} 56' = 55^{\circ} 4'$, für die linke Wand von 6° Neigung den betreffenden Winkel $\varphi = 186^{\circ} 0'$, für die rechte bei 9° 30' Neigung $\varphi = 170^{\circ} 30'$ zu setzen und erhalten damit 3 λ

$$\begin{array}{ll} \text{links} = 0.001656, & \text{rechts} = 0.001576 \quad \text{oder} \\ 1 \lambda = 0.000552 & = 0.000525, \end{array}$$

in letzterem Fall a negativ gedacht; daher beide Male die Verzögerung links.

Das Mittel beider Werthe = 0.000538 ist etwas kleiner, als der üblich für gelbe Strahlen angenommene Betrag von 0.000551. Wenn ich von der Aenderung des Winkels ψ' , welche mit der Verschiedenheit der Oeffnung eintritt, absehe — eine Ungenauigkeit, die der Bequemlichkeit der Rechnung wegen in allen weiteren Untersuchungen begangen ist, da die Unterschiede in den Resultaten nicht erheblich, andererseits die Zweifel über die Grenzen der Facetten beträchtlicher sein können — und den Winkel ψ' suche, wie er sich beiden Beobachtungen am besten anpasst, so erhalte ich durch Versuche mit dem Werthe $\psi' = 54^\circ 29'$ die Zahlen 0.000563 und 0.000539 im Mittelwerth am besten der gemachten Annahme von λ entsprechend. Unter der Voraussetzung, dass die Spaltöffnung nicht den Winkel ψ' modificirt, würde der ersthin angenommene Neigungswinkel von 16° in $15^\circ 40'$ übergehen.

Für die beobachtete Oeffnung von 0.00192 war die äusserste Facette von 6° Neigung als Veranlassung der Erscheinung gedeutet. Sollten auch Strahlen der anderen Neigung von 8° dazu beigetragen haben, so hätte man zu bedenken, dass die Oeffnung für diesen Fall aus zwei Stücken zusammengesetzt ist. Mit $3\lambda = 0.001653$ und unter Zugrundelegung von $\varphi = 188^\circ 0'$ und $\psi' = 54^\circ 29'$ wird der eine Theil = 0.001758 herausgerechnet, in welchem sich die drei Phasen vollziehen, deren Beginn aber an der Stelle eintritt, wo die Linie ED die Spaltrichtung trifft. Das zukommende zwischen O, als auf der Richtung DO angehörig, zu jener Grenzstelle gelegene Stück beträgt aber

$$0.0322 \frac{\sin 2^\circ}{\sin 82^\circ} = 0.001135$$

Die summirte Oeffnung von 0.00289 würde von unserem Beobachtungswerth von 0.00192 erheblich abweichen. Dass die Verzögerung endlich für die schrägste Fläche AE zu der Beobachtung einer ausserordentlich grossen Oeffnung führen muss, ist aus der Figur zu entnehmen, wenn man sich diese Linie bis zur Spaltenebene verlängert denkt.

Bei näherer Betrachtung, wie die beobachtete Oeffnung von 0.00432 für senkrecht auf den Spalt fallende Strahlen zu Stande kommt, findet man, dass in diesem Falle nicht allein die Richtung AB, sondern auch EB als Licht erzeugende Linie zu bedenken sein dürften. Das Verhältniss der in der Figur beigemarkten für letztere Richtung massgebenden zu einander senkrechten Linien in der Verticalen 0.0248, in der anderen Richtung 0.0227 ergibt sich als Tangente des Winkels von $47^\circ 32'$; der in Rechnung zu ziehende Winkel ψ'' wird daher

$$137^\circ 32'$$

und mit diesem Werthe und mit $\varphi = 180^\circ$ erhalten wir die Verzögerung Formel V, aus zwei Theilen bestehend durch den Ausdruck:

$$\begin{aligned} 3\lambda &= 0.00432 \left(\frac{1}{\operatorname{tg} - 125^\circ 31'} + \frac{1}{\operatorname{tg} - 42^\circ 28'} \right) \\ &= 0.00432 (0.7137 - 1.0926) \\ &= - 0.001637 \end{aligned}$$

$$1\lambda = - 0.000546 \quad \text{links oder positiv an der rechten Seite}$$

des Spaltes. Dieses Resultat setzt die Richtigkeit der Voraussetzungen ausser Zweifel.

Der Einfluss der Kante D hat sich dagegen nicht geltend gemacht; sie ist zu flach. Wollte man auf dieselbe und also auf die Linie DB, als Richtung des Lichtausganges, Rücksicht nehmen, so würde das Verhältniss $\frac{0.0568}{0.0182}$ auf die Tangente eines Winkels von $72^\circ 14'$, den diese Richtung mit der Spaltebene bildet, führen und in obige Parenthese käme dann durch $\psi''' = 162^\circ 14'$ noch das Glied — 3.1211 hinzu, was für $\lambda = 0.01512$, also ein 10mal zu grosses Resultat ergeben würde.

Wenn wir zu den Oeffnungsangaben für die letzten Phasen des Lichtes in der obigen Tabelle nach der Formel V die Interferenzen berechnen, erhalten wir folgende Zusammenstellung:

Oeffnung.	Interferenz.	
0.00000	0.000000	
28	106	violett
56	212	blau
84	318	bläulich
112	424	weissgelb
0.00140	0.000530	goldgelb.

Man sieht die letzt aufgeführte Beobachtung noch in ziemlicher Uebereinstimmung mit der Wellenlänge, von da ab die Farbe abnehmen, und zuletzt wieder bei Interferenz 0.000212 blau, bei 0.000106 violett erscheinen. Dies ist also das Resultat der Beobachtung, während die Polarisationssebene des auffallenden Lichtes senkrecht zur Richtung des Spaltes gestellt war. Steht die Polarisationssebene aber parallel zum Spalt, so merkt man bereits beim Gelben eine Abnahme der Intensität der Farbe, und von da ab eine Stufenfolge, welche in der Farbe ausserordentlich geschwächt und in der Skala immer einen Schritt näher zur Dunkelheit führt, als beim erten Polarisationszustande. Wegen dieser Farbenschwäche sieht man auch ohne Zusatz des polarisirenden Prismas gewissermassen denselben Vorgang, wie im zuerst angeführten Polarisations-Zustande. Da auch durch Umkehrung des Spaltes, wobei der massgebende Spalt horizontal liegt und das volle Licht senkrecht auf denselben fällt, mit Oeffnungsmessungen gleicher Ordnung, wie die Grössen 0.00056 und 0.00028 in der ersten Lage, blaues und dann violettes Licht eintritt, und hiermit die Erscheinung schliesst, während in der zweiten Lage die Interferenzen der Rechnung gemäss verschwinden, so nöthigen diese Beobachtungsdaten zu der Annahme, dass die Erscheinung unabhängig von jener Interferenz, welche die angeführte Farbenskala mit dreimaliger Wiederholung des Gelben hervorruft, durch eine Diffraction veranlasst ist, die im äussersten Stadium der Verengung eintritt, worin die Oeffnung des Spaltes von 0.00028—56 der Länge kürzerer Wellen entspricht, von welchen für violettes Licht als Grösse 0.000397 angenommen wird. Dass Unebenheiten der Spaltschärfen in den äussersten Phasen

von besonders bedeutendem Einfluss sein müssen, ist ja einleuchtend. Auch unser Spalt zeigt neben der regelmässigen, gut übersichtlichen Erscheinung eine Anzahl Farbentöne, welche einer mehr oder weniger grösseren Spaltöffnung entsprechen. Man stelle sich vor, dass die Spaltschärfen in den äussersten Momenten der Verengung, wo diese mit der Grösse der Unebenheiten von gleicher Ordnung ist, nicht auf einander treffen, sondern unmittelbar über einander zu gleiten anfangen und demzufolge zur Bildung von löcherartigen Zuständen Anlass geben, durch welche das Licht gewissermassen gesiebt wird. Da man als relatives Verhältniss der Durchmesser dieser Oeffnungen, senkrecht und parallel zum Spalt, ein solches annehmen muss, welches mit zunehmender Verengung des Spaltes den ersten Durchmesser immer kleiner gegen den anderen werden lässt, so können innerhalb der übrig bleibenden Räume in der Richtung der Länge des Spaltes schliesslich allein noch Wellen ihren Weg zum Auge finden, welche ihren Ursprung von der allerletzten Diffraction genommen haben. Die äusserste Grenze kann nur folgende sein. Während kleinere Wellen, wenn die Vibrationsebene parallel dem Spalt ist, ihre Diffractionerscheinung durch Verstärkung zu dem ihnen eigenen Licht also in der violetten Farbe äussern, so muss für den Fall der Vibration im senkrechten Sinne, in welchem noch kleinere Wellen aber mit demselben Interferenzbetrag wie vorhin interferiren, der farblose Zustand eintreten. Demgemäss würde die gemachte Beobachtung für die Fresnel'sche Ansicht sprechen.

Die Steigerung des Lichtes in der äussersten Verengung veranlasst häufig der Gebrauch des Hohlspiegels statt des planen, ein Zeichen dafür, dass noch mehr Strahlen durchgetrieben werden. Wenn man übrigens spezieller den einzelnen Farbennuancen nachforscht, wie sie die Polarisisation ändert, wird man Stellen herausbringen, die ihre Farbe trotz der Drehung des Polarisationsprismas beibehalten und auch solche, die die umgekehrte Veränderung zeigen, aber diese Fälle bleiben in einer ausserordentlichen Minorität.

Ich habe noch Versuche an einem zweiten Spalt angestellt, welche ebenfalls zu Gunsten der Fresnel'schen Ansicht entschieden haben. Doch sind wirklich genaue Messungen aus verschiedenen Gründen unmöglich gewesen. Dieser Apparat hat die Einrichtung, dass beide Spalthälften gleichmässig sich bewegen lassen und Oeffnungen bilden, die symmetrisch zur Mitte sich verhalten. So trefflich derartige Einrichtungen zu dem eigentlichen Zwecke der astronomischen und physikalischen Untersuchung dienen, so unzureichend sind sie in Bezug auf Vorgänge diffieiler Natur, wie sie hier untersucht werden. Die Schneiden, welche in grösserer Dimension (etwa 17 mm) hergestellt sind, kommen in einer Länge von 10 mm zusammen und bewegen sich schräge unter dem Winkel von 40° zur Richtung der Schieberseiten oder der bewegenden Schraube. Diese treibt mit der einen Spalthälfte zugleich einen Hebel, dessen andere Seite auf die zweite Hälfte in entgegengesetzten Sinne schiebend einwirkt. Zum Anzug der ersten Hälfte an die Schraube dient eine Feder, während eine gleiche Feder die zweite zum Anschluss an den Hebel bringt. Gleichzeitig sollen diese Federn auch

die Führung an den Schieberseiten und drittens den Andruck auf die Fundamentplatte vermitteln. Diese Organe müssen höchst sorgfältig abgestimmt sein, wenn der Spalt gleichmässig ohne Verziehung functioniren soll. Häufig genug kam an diesem Apparate der Verschluss nicht vollständig genug heraus, und die Schärfen verzogen sich nicht allein in Bezug auf die Bewegungsrichtung, sondern traten aus der Ebene heraus, als wollten sie sich kreuzen, alles dieses natürlich in kleinen Grenzen. Ausserdem stellt sich die Schwierigkeit ein, dass congruente Stellen des geschlossenen Spaltes bei der Oeffnung nicht mehr in ihrem kleinsten Abstand senkrecht zum Spalt von einander bleiben. Die wohl als ganz gleich anzunehmenden Spalthälften von Stahl, etwa 1.7 mm dick, haben nur eine Schlifffläche von etwa 20° , welche ziemlich gut polirt ist. Ihre Schärfen mögen auf weniger als 0.01 mm abgestumpft oder geglättet sein und wegen so minimalen Verhältnisses war es nicht möglich, der Anordnung der etwaigen Facetten nachzuspüren. Die Spiegelbilder liessen ähnliche Dimensionen errathen, wie sie an Spinnefäden vorkommen, wovon weiterhin bei Gelegenheit der Reflexionsphänomene die Rede ist. Die microscopische Untersuchung ergab an den Stellen dieses Spaltes, welche zuerst zum Verschluss kommen, mit Benutzung des Nicol'schen Prismas, dessen Polarisationssebene parallel zum Spalt gestellt ist, unmittelbar vor Eintritt der Dunkelheit, das schönste violette Licht, und durch den Hohlspiegel in der Intensität noch gesteigert, während die senkrechte Polarisationssebene zur Erlangung hellerer Nuancen Mittel wurde. Auch kann der Apparat, während die Spaltlinie ungeändert als Axe bleibt, nach beiden Richtungen bis zu 10° geneigt werden, ohne eine Schwächung des violetten Lichtes zu erzeugen. Das Gleiche gilt natürlich auch für den ersten Spalt. Die angeführte Erscheinung tritt aber nur dann ein, wenn die Schärfen mit dem Schieber ziemlich parallel sich verhalten, das heisst die eine Schärfe die andere um einen minimalen Betrag überragt. Die Abweichung vom Parallelen bis 45° , in welchem Falle die Interferenzgrösse und die durchfahrende Welle gleich gross sind, wird wohl etwas überschritten werden dürfen. Ist die Anomalie zu gross, so werden die mit senkrechter Polarisationssebene auftretenden verschiedenen Farben zwar ausgelöscht, wenn dieselbe parallel gedreht wird, aber man erhält vorher nicht die violette Beleuchtung. Nennen wir reducirte Oeffnung des Spaltes die kürzeste Entfernung zwischen den Lichtstrahlen als Tangenten an den Schärfen, wenn eine die andere überragt, so können die Strahlen, zumal sie in mehr als einer Richtung durchfahren, um so weniger sich dem reducirten Spalte anpassen, je grösser die Ueberragung ist, und die Unebenheiten werden in verstärktem Sinne Farbenungleichheiten herbeiführen.

Uebrigens erhält man mit blossen Auge, wenn dasselbe unmittelbar über den Spalt gehalten wird, in dem Falle, wo die Anomalie nicht zu stark ist, ohne Polarisations den Uebergang in die blaue Farbe durch Drehung des Apparates um den Spalt als Axe und zwar in dem Sinne, der die Schärfen in eine mit der Gesichtslinie zusammenfallende Richtung zu bringen sucht. Violett wird diese blaue Farbe, wenn man das Prisma mit seiner Polarisationssebene

parallel zum Spalt zu Hülfe nimmt. Dreht man den Apparat allmählich nach der entgegengesetzten Seite, so begegnet man der Farbenfolge blau, weisslich, gelb, oder blau, weisslich, oder nur blau, in je engerer Dimension die Oeffnung gewählt ist. Die aus den an beiden Spalten gewonnenen Beobachtungen fassen wir zu folgenden drei Schlüssen zusammen, indem wir im Zustande der äussersten Verengung des reducirten Spaltes die beiden Fälle der Vibration parallel und senkrecht zum Spalt von einander sondern. 1) Bei grösserer Ueberragung der einen Schärfe über der andern tritt im ersten Falle die der Interferenz entsprechende Farbe auf, im zweiten Falle wird dieselbe ohne wesentliche Aenderung geschwächt. 2) Bei angenähertem Verhalten der Schärfen kommt im ersten Falle die bezügliche Farbe zum Ausdruck, im zweiten geht sie ins Violette über. (Spalt 2). 3) Bei geringster Ueberragung im ersten Falle erscheint Violett, welches im zweiten schwindet. (Spalt 1). Wir haben hierbei nicht überall die gleich grosse reducirte Oeffnung im Sinne, sondern eine solche zur äussersten Erscheinung Veranlassung gebende. Die Drehung des Spaltes bietet ein treffliches Mittel, sich von dem Parallelismus der Schärfen zur Schieberebene zu überzeugen. Würden den Schieberhälften besondere Spalthälften mit Correctionschrauben beigelegt, so hätte man die Berichtigung in schärfster Weise zur Hand, vorausgesetzt, dass im übrigen die Einrichtung correct ist.

Zur Bestimmung der schiefen Richtung der Spaltschärfen zur Schieberlage und ihres Abstandes in dieser Richtung gelangt man durch Messung des Betrages der Drehungen, welche man dem Apparate zum Zwecke der Hervorbringung verschiedener Farbensnuancen zu geben hat, auf folgendem Wege. Genaue Orientirung ist dabei vorausgesetzt, sollte es sich bereits um Multipla der Wellenlängen handeln. Bezeichnen wir diese mit λ und λ' für zwei Drehungen, durch welche die Spaltöffnung a in die Richtungen x und x' von der Normallage des Schiebers aus gemessen, kommt und setzen wir $x \pm x' = \epsilon$, je nachdem in gleichem (—) oder entgegengesetztem Sinne (+) gedreht ist, so haben wir die Bedingungen der Interferenz:

$$\frac{\lambda}{a} = \sin x$$

$$\frac{\lambda'}{a} = \sin x'$$

woraus man erhält:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\frac{\lambda}{\lambda'} \sin \epsilon}{\frac{\lambda}{\lambda'} \cos \epsilon \pm 1}$$

$$\sin x = \frac{\lambda \sin \epsilon}{\sqrt{\lambda^2 + \lambda'^2 \pm 2\lambda\lambda' \cos \epsilon}}$$

also:

$$a = \frac{\sqrt{\lambda^2 + \lambda'^2 \pm 2\lambda\lambda' \cos \epsilon}}{\sin \epsilon}$$

Demnach ist die schiefe Oeffnung a die Seite eines Dreieckes, dessen andere Seiten λ und λ' mit dem Zwischenwinkel ϵ oder $180^\circ - \epsilon$ je nach Bezug auf $-x'$ oder $+x'$ sind, multiplicirt durch $\frac{1}{\sin \epsilon}$. Mit Abrechnung des gemessenen, entsprechenden Drehungswinkels erhält man aus dem Werthe für x dann den Winkel, um welchen die Schärfenverbindung zum Schieber geneigt ist. Je nach dem Umriss der Schärfen wird die Grösse a mehr oder weniger constant bleiben und im allgemeinen abnehmen, wenn die reducirte Oeffnung bei der Drehung zunimmt.

Zu den angeführten drei Beobachtungsergebnissen kommen noch zwei Messungen in derselben Lage des Spaltes, die den Eintritt des Lichtes zuerst durch die weitere Mündung ermöglicht. In dem seitlich an der Neigung von $9^\circ 30'$ beförderten Lichte konnte ich nämlich auch viele Wiederholungen des Spectrums, bis zu 13 beobachten; die auf ein mittleres λ reducirte Spaltöffnung beträgt 0.00332. Auf der andern Seite, wo die Neigung 6° , wurde aus bis auf die Zahl 10 ausgedehnte Wiederholungen der Beobachtungswert für λ 0.00535 ermittelt. Die beiden beobachteten Werthe stimmen gut mit denjenigen Grössen 0.00334 und 0.00527 überein, welche die Rechnung nach der allgemeinen Formel

$$a \sin \beta = \lambda$$

ergibt, worin β als Neigungswinkel gilt. Hiermit erhält man den Belag dafür, dass das Licht auch unabhängig von der die weitere Mündung umfassenden Linie gleicher Lichtphase direct durch die engere Spaltöffnung geht und dem ursprünglichen Gesetze folgt. Endlich ist noch in der umgekehrten Lage des Spaltes an der Seite mit $9^\circ 30'$ Neigung der 6 bis 7 Mal sich wiederholende Gang der Spectren beobachtet worden, woraus als beobachteter Werth für λ die Oeffnung 0.00324 resultirt, welcher dem berechneten 0.00334 sehr nahe kommt.

Die bisherigen Beobachtungen bezogen sich auf die direct durchgehenden Strahlen. Ehe das Resultat der Beobachtung über das an unserm Spalte reflectirte Licht mitgetheilt wird, schicken wir ausser einigen Bemerkungen eine graphische Darstellungsweise durch Fig. 5 Taf. I illustriert voran, wie an schmalen Spiegeln die Interferenzen zu Stande kommen.

Auf den Spiegel AB, dessen Breite a ist, mögen die äussersten Grenzparallelstrahlen CA und DB unter dem Winkel $CAB = \beta$ auffallen und nach AE und BF reflectirt werden. Die Zerstreuung auf der Oberfläche des Spiegels giebt neben dem regulären Strahl eine Anzahl Strahlen, welche, wie für den Punkt B, BG und BG' zu beiden Seiten des Strahles BF an jedem andern Punkt zurückgeworfen werden. Beschreibt man über AB als Durchmesser einen Halbkreis und mit dem Stück AH, um welches der Strahl BD dem Strahl AC voraus ist, aus B als Mittelpunkt einen Kreisbogen, der also durch den auf BF gelegenen Schnittpunkt des Halbkreises geht, da $AH = BO$ ist, so werden die zwischen den in O sich kreuzenden Kreisbogen enthaltenen Stücke auf allen

den Strahlen, die man wie BG und BG' als zerstreute annimmt, also z. B. die Stücke λ und λ' , als Phasenunterschiede der betreffenden Richtungen gelten. Wie aus der Construction erhellt, sind die Spectra unsymmetrisch und um die als Centralrichtung BF zu fassende Linie, für gleiche Abstände zu beiden Seiten ungleich gross und zwar nach der Richtung hin, die sich der Spiegelebene nähert, also BG' ausgedehnter als nach der anderen Seite zu. Dieser Unterschied kommt um so bedeutender zur Ansicht, je schräger die Lichtstrahlen auffallen, also je kleiner der Winkel β ist. Für einen gegebenen Winkel β lassen sich die Winkel FBG = x , den der der Lichtquelle mehr abgewendete Strahl bildet, und FBG' = x' , vom mehr zugewendeten gebildet, berechnen durch Auflösung der Gleichungen:

$$\cos(\beta + x) = \cos \beta - \frac{\lambda}{a}$$

$$\cos(\beta - x') = \cos \beta + \frac{\lambda}{a}$$

und auch für die Multipla von λ sind die zugehörigen Winkel x und x' durch Einsatz von 2λ , 3λ n. s. w. zu finden.

Einiger Versuche über derartige Reflexionen möge in Folgendem gedacht werden. Bei Sonnenlicht ohne Beschränkung desselben auf einen Streifen, wie es fernerhin überall angewendet ist, erhielt ich an geschliffenen Glasfacetten schmäler Art schöne Spectra nach beiden Seiten und der theoretischen Anschauung gemäss. Eine Facette von etwa 0.5 mm (= a) Breite ergab unter dem Neigungswinkel $\beta = 4^\circ$ zwei bis drei Spectra in weiterer Ausdehnung nach der Lichtquelle zu, dagegen mehrere in geringern Abständen nach der andern Seite hin. Die Rechnung führt mit Rücksicht auf bezüglichen Einsatz in die Formeln von

$$\frac{\lambda_1}{a} = 0.001102 \quad \frac{\lambda_2}{a} = 0.002204 \quad \text{und} \quad \frac{\lambda_3}{a} = 0.003306$$

auf die von der Centrallinie aus gemessenen Winkelwerthe:

$$x = 49', \quad 91', \quad 128'$$

$$x' = 62', \quad 166', \quad -$$

Die Darstellung derselben als Linearwerthe in den Punkten der Figur 6 Taf. 1 giebt eine ungefähre Vorstellung der Vertheilung der Spectren, von welchen das dritte auf der linken Seite schon über die Grenze des möglich Sichtbaren hinausgeht, da über $240'$ (4°) die Abbildung bei $\cos(\beta - x') > 1$ nicht mehr vollständig wird.

Ein schmaler Spiegel bietet also dieselbe Erscheinung, wie ein in gleicher Neigung zum Auge gehaltener Spalt von gleichem Raume, wobei die reflectirten Strahlen in direct von der Lichtquelle ausgehende zu deuten sind.

Die Versuche mit polirten Metallflächen ergeben insofern eine Abweichung von dieser Beobachtung, als meistens auf der der Lichtrichtung zugewendeten Seite die Spectra weniger oder gar nicht sichtbar werden. So findet man an der Facette unseres Spaltes, welcher die schon oft erwähnte Neigung $9^\circ 30'$ zukommt, bei Lampenlicht auf der Seite allein, welche abgekehrt ist, drei vor-

züglich zu unterscheidende Spectren und zwar für die Richtung $\beta = 10^\circ$, auf der entgegengesetzten Seite dagegen herrscht vollständige Dunkelheit.

Die Spectra der Sonne lassen sich auch hier unterscheiden, doch viel schwächer. Da auf Messing eine so gute Politur wie auf Glas nicht erreichbar ist, Beobachtungen gleicher Art auch auf Schlißflächen von Stahl, welche nicht glatt genug waren, gemacht wurden, so wird der Grund der einseitigen Erscheinung hauptsächlich in der unvollständigen Politur zu suchen sein. Stellt man sich wie in Fig. 7 Taf. I die Spiegelfläche wellig vor, so genügt der Hinweis auf die Zerstreuung der Strahlen durch Reflexion an den Abhängen der Wellenberge, welche vorzugsweise nach der vom Lichte abgewendeten Seite eintritt. Von der Neigung der Platte zum auffallenden Licht wäre demnach die Erscheinung abhängig und in unserem Fall der Grenzwinkel ungefähr erreicht, über welchen hinaus zu Spectren nach beiden Seiten Anlass ist. Die Breite der spiegelnden Messingseite beträgt 0.0897, daher ergiebt die Rechnung für die Neigung $\beta = 10^\circ$ die drei ersten Winkel auf dieser Seite:

$$1^\circ 52', \quad 3^\circ 28', \quad 4^\circ 54'$$

Werthe, welchen die in der Beobachtung nur geschätzten Grössen wohl entsprochen haben. Daraus lässt sich dann weiter schliessen, dass die Interferenz auf der ganzen Breite von 0.0897 zu Stande gekommen ist. Mit schon geringer Abweichung vom Planen — und beim Schleifen bietet sich immer Gefahr, convexe oder mehrfache Facetten zu bekommen — wird die Zerstreuung oder Häufung der Bilder derart sein, dass man ein breites, gleichmässig weiss gefärbtes Band ohne Spectren erhält. Es gelingt öfter ohne die Mühe des Schleifens mit scharfem Messer von dünnem Staniol Durchschnitte zu bekommen, die ausgezeichnete Spectren zeigen. Auch an solchen Staniolkanten von $\frac{1}{100}$ mm Dicke war häufig das Vorherrschen der bezeichneten einseitigen Bilder zu bemerken. Bei sehr geringen Dicken hat man es nur mit den Farben des ersten Spectrums zu thun, daher diese Erscheinungen den Uebergang zu denjenigen an Spinnfäden bilden. Ein in seiner ganzen Breite genommenes Haar giebt mehrere Spectra, wenn man die Spiegelung auf's alleräusserste treibt, d. h. damit direct in die Sonne sieht, und auf einen in unmittelbarer Nähe gehaltenen dunklen Schirm die Erscheinung projicirt. Diese wird durch den gewöhnlichen Ausdruck $a \sin \varphi$ dargestellt und nach dem Babinet'schen Princip ganz gleich derjenigen sein, welche eine Oeffnung in der Grösse des Haardurchmessers gewährt. Ein derartiger Vorgang ist von dem an Haaren oder Spinnfäden wahrzunehmenden Reflexionsphänomen zu sondern. So klein auch der Durchmesser der letzteren ist, so ist man doch genöthigt, kleinere Structuren auf dem Faden in Spiegelwirkung anzunehmen. In der Voraussetzung von 0.006 mm für den ganzen Durchmesser eines Spinnfadens würde bei 5° (β) Neigung das Auge um $20^\circ 16'$ sich von der Centrale abwenden müssen, bei 10° , 20° , 30° Neigung resp. um $16^\circ 45'$, $12^\circ 1'$, $9^\circ 16'$, damit das erste Gelb gesehen wird. Die Beobachtung, damit in Widerspruch, zeigt, dass man mit dem Auge in viel grösseren Inter-

vallen der Reflexion herumgehen kann, ohne mehr als constantes, weissgelbliches Licht, als Folge der an den einzelnen Parthien erfolgten Zerstreuung oder Mischung, wahrzunehmen, das erst bei sehr flachem Winkel in gewisse Nuancen des Spectrums sich auflöst. Geht man an solchem ungespannten Spinnefaden mit dem Auge dicht darauf unter Beibehaltung der Neigung entlang, so werden die Farbennuancen mehr oder weniger discontinuirlich geändert, wiederholen sich aber je nach Regelmässigkeit der Fadenstructur und das Auge erhält die Vorstellung einer radartigen Drehung mit stufenweiser Vorführung der Farben an der Peripherie in der Weise, dass die Facetten des Cylinders die entgegengesetzte Richtung von der der Augenbewegung beschreiben. Die Structur in der Länge eines gespannten Fadens erkannte ich auch bei dunkel gewähltem Untergrunde an dem Auftreten von mehreren Spectren, die sich wie von einem Spalte in der Länge des Fadens symmetrisch bilden. Allerdings sind sie schwach zu erkennen und auch durchaus nicht constant, so dass die beispielsweise Mittheilung einer Schätzung von 5° Abweichung von der Mitte für eine dritte Spectralerscheinung und als Folge daraus die durch die Rechnung ermittelte Angabe von $\frac{2}{103}$ mm für die Breite der Facette einen ungefähren Anhalt gewähren. Uebrigens treten derartige longitudinal vorkommende Spectren viel intensiver an den Spaltschärfen auf. In den hierbei untersuchten Fällen standen die Spectren näher zum Hauptbilde, was also auf grössere Breiten der Facetten schliessen lässt, als die angeführte.

In Bezug darauf, wie sich die Spectra eines Spaltes verhalten, wenn durch ihn vermittelt der seitlichen Spaltwände reflectirtes Licht fällt, ist noch Folgendes im Allgemeinen zu erwähnen. Steht derselbe mit der engeren Seite dem Auge zugekehrt wie zum directem Durchsehen nach der Lichtquelle, so gewinnt man durch seitlichen Blick von jeder der beiden Wände ein Hauptbild zwischen Spectren, deren gegenseitige Entfernung von der Oeffnung und Neigung der Wände abhängt. Auf beiden Seiten des Hauptbildes kommen diese Spectra aber nur dann vor, wenn die betreffende Wand plane Gestalt hat. Die äusseren fallen weg, wenn die Wand convex geformt ist. Der zweite Spectralapparat, von dem oben die Rede war, hatte ziemlich gleich schiefe, polirte Wände, aber von etwas convexer Form; die einseitigen Spectra waren hier allein sichtbar. Zur Charakterisirung des Grades der Convexität dient folgende Beobachtung. Wenn die Richtung nach der Lichtquelle senkrecht zur Spaltebene steht, und man bewegt das Auge, um das Spiegelbild durch den Spalt zu fixiren, so beträgt der Winkel dieser Bewegung für jede der beiden Wände 36° . Wenn aber das Auge feststeht, und der Apparat gedreht wird, bis die Lichtquelle in der Richtung der Wand zu verschwinden beginnt, so geschieht dies beide Male durch die Drehung um $21-22^{\circ}$. Nehmen wir diesen Winkel als richtigen Neigungswinkel der Wände an, so hätte die doppelte Grösse also 43° anstatt 36° der Augenbewegung für die Beobachtung der Spiegelung entsprechen müssen, wenn die Wand von planer Form gewesen wäre. Vermöge der Krümmung nach der Spaltseite hin musste also schon bei flacherem Auffall und eben solcher Spiege-

lung die Lichtquelle fixirt werden. Durch Vergleich der an den Wänden reflectirten Bilder erhielt ich ein Urtheil über das parallele Verhalten der zur Bild-erzeugung beitragenden Schärfen zu der Schieberebene. Wenn eine über der anderen erhaben ist, so muss bei schiefer Durchsicht in dem Sinne, der die scharfen Kanten in den weitesten Abstand von einander bringt, die Gruppierung der Spectren eine gedrängtere sein. Die Messung des Abstandes der reflectirten Spectralbilder auf beiden Seiten und der bezüglichen Spaltöffnung führt auf folgende Weise zum Resultat über die Grösse jener Erhabenheit. Als ich den Apparat noch nicht verbessert hatte, fand ich, dass bei einer Spaltöffnung von 0.03 mm die Abstände sich wie 1 : 2 verhielten. Nennen wir den Winkel, den die nicht auf die Schieberebene reducirte Spaltöffnung $a = 0.03$ mit dieser Ebene bildet, x und den Gesichtswinkel nach der Verticalen auf derselben Ebene gebildet φ , also der vorhergehenden Mittheilung gemäss 36° gross, endlich n die Zahl, welche anzeigt, wie viel mal der Abstand der Bilder auf der einen Seite grösser ist als auf der andern, so hat man die Relation:

$$\sin(\varphi + x) = n \sin(\varphi - x)$$

woraus folgt:

$$\operatorname{tg} x = \frac{n - 1}{n + 1} \operatorname{tg} \varphi$$

In unserem Beispiel wird:

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{3} \operatorname{tg} 36^\circ$$

$$\text{also } x = 13^\circ 37'$$

Damit erhält man die reducirte Oeffnung $a \cos x = 0.029$ und die betreffende Erhabenheit $= a \sin x = 0.007 \text{ mm}$.

Um die Gewissheit der Beobachtung an denselben Kanten zu haben, wird es allerdings öfter zwecklicher sein, mit der Gesichtslinie nicht zu weit hinaus zugehen, also von der Reflexion zu abstrahiren. Wenn die Winkel φ nach beiden Seiten ungleich sind, so führt die Gleichung

$$\sin(\varphi + x) = n \sin(\varphi' - x)$$

auf die Bestimmung des Winkels x durch die Bedingung:

$$\operatorname{tg} x = \frac{n \sin \varphi' - \sin \varphi}{n \cos \varphi' + \cos \varphi}.$$

Die Auffassung über das Zeichen, ob positiv oder negativ, war in der oben gegebenen analytischen Darstellung in folgender Weise zu verstehen. Von zwei Parallelstrahlen, die von einer Linie ihren Lichtursprung nehmen, erscheint der durch den Anfangspunkt der Coordinaten gehende verzögert, wenn der Ausdruck:

$$\frac{a \cos \varphi}{\operatorname{tg}(\psi - \varphi)}$$

positiv wird, demnach diesem Strahle etwas zugelegt werden muss, um ihn zu seinem Nachbar gleich schnell, zu erhalten. Steht sich ein negatives Zeichen ein, so bedeutet es eine Voreilung, und ein Abzug wird nothwendig. Die Spaltöffnung a ist $+$, wenn wie in Fig. 1 Taf. I sie rechts vom Coordinaten-Anfangspunkt liegt.

In der zur Verdeutlichung der Reflexion entworfenen Figur 8 Taf. I bedeutet OC den vom Anfangspunkt O aus sich öffnenden Spalt und OE die linke innere Wandung. Fallen unter dem Winkel φ zur Ordinate OY Parallelstrahlen BE, AO und FC, die aus einer Richtung als Linie gleichen Lichtursprunges herkommen, welche in den Anfangspunkt verlegt den Winkel ψ mit OY bildet, so wird zunächst für die Interferenz von AO und FC der gegebene Ausdruck in dem ausgesprochenen Sinne zu berechnen sein. Geht nun von den beiden an der Wand EO reflectirten Strahlen der äusserste von E aus nach C, dem Endpunkt der Spaltöffnung a entsprechend, so gelangen wir zur Darstellung der Interferenz folgendermassen: Wir erweitern CO bis D, worin der Strahl EB verlängert zusammentrifft. OG stellt den Abstand der beiden Parallelstrahlen vor und die Wand OE möge einstweilen mit s benannt werden. Mit Bezug auf die der Figur beigemarkten Winkelbezeichnung ist:

$$\angle EOA = \angle OEC = p - \varphi$$

$$\angle COE = p - 90^\circ$$

der dritte Winkel im $\triangle EOC$

$$\angle OCE = 270^\circ + \varphi - 2p$$

daher
$$s = - \frac{a \cos(\varphi - 2p)}{\sin(p - \varphi)}$$

Mit dieser Relation geht $OG = s \sin(p - \varphi)$ über in:

$$OG = - a \cos(\varphi - 2p)$$

Wenn die Richtung ψ über O nach K verlängert wird, so erhält man mit der Gleichung:

$$\angle GKO = \angle KOA = 180^\circ + (\psi - \varphi)$$

und da

$$\frac{OG}{GK} = \operatorname{tg} GKO = \operatorname{tg}(\psi - \varphi)$$

den Ausdruck für die Interferenz:

$$GK = - \frac{a \cos(\varphi - 2p)}{\operatorname{tg}(\psi - \varphi)}$$

Entspricht dieser Werth für den Strahl BE einer Verzögerung, so gilt derselbe mit umgekehrtem Zeichen der Beschleunigung für den durch den Anfangspunkt O gehenden Strahl AO und der gewünschte Ausdruck für O wird:

$$+ \frac{a \cos(\varphi - 2p)}{\operatorname{tg}(\psi - \varphi)}$$

Als Resultat der Beobachtung des senkrecht auf den Spalt fallenden Lichtes, wenn dieses erst den weiteren, dann den engen Spalt passirt, erhielt ich die Erscheinung mehrmaliger Wiederkehr des Spectrums, und aus der meist mit 6maliger Einstellung des Gelben abgeschlossenen Beobachtung für die Spaltöffnung die Zahl

$$0.00168$$

zu einem mittleren λ gehörig. Um die directen Strahlen abzuschliessen und die von den metallenen Wänden allein reflectirten Strahlen zu erhalten, suchte

ich durch geeignete Stellung des Nicol'schen Prisma vor dem Spalt und die gekreuzte Stellung eines zweiten am Ocular des Microscops zu erreichen. Wenn auch die Bilder ziemlich geschwächt erscheinen, war die Präcision derselben doch scharf genug. Zum Zustandekommen der Erscheinung durch Reflexion wird die Spaltwand unter $9^{\circ} 30'$ Neigung vorzugsweise beigetragen haben. Aus dem Folgenden ist zu erschen, dass die Neigungen von 6° und 8° der anderen Wand einen unwesentlichen Unterschied in der Beobachtung hervorrufen, andererseits aber zu der regelmässigen 6maligen Folge nur partiell mitgewirkt haben können. Rechnet man nach der aufgestellten Formel mit den gegebenen Grössen $a = 0.00168$, $\varphi = 180^{\circ}$, $p = 180^{\circ} - 9^{\circ} 30'$ und den obigen Werthen

$$\psi' = 137^{\circ} 32'$$

$$\psi'' = 54 \quad 29$$

den Werth für 1λ aus, so erhält man:

$$+ 0.001736$$

$$- 0.001134$$

$$\hline 0.000602$$

eine Grösse, die nicht bedeutend von der aufgestellten Zahl 0.000551 abweicht. Zu bedenken ist hierbei, wie wenig Aenderung des Winkels φ , welcher der Einstellung des Microscopspiegels entspricht, dazu gehört, um ein anderes λ zu erhalten. Man vergleiche die auf Taf. IV. Fig. 1 für beliebige Grössen des Winkels φ und mit dem beigefügten Massstabe von λ entworfenen Curven, welche unter zu Grundelegung der auf der rechten Seite mit $9^{\circ} 30'$ und auf der linken Seite mit dem Mittel von 6° und 8° also 7° Wandneigung des Spaltes sich ergeben. Der Anfangspunkt der Coordinaten ist auf der linken Ecke angenommen und die Strahlen kommen von der unteren Seite der Zeichnung. Der unserer Beobachtung entsprechende Werth der Verzögerung von 0.000602 wird darnach in dem Punkte c der Curve a b c d e f g h abgebildet. Vom Punkte a, wo $\varphi = 170^{\circ}.5$ und der Reflexionswinkel an der Wand rechts 0° sind, bis d, wo diese Grössen die Beträge 186° und $15^{\circ}.5$ haben, nimmt der zu beobachtende Werth als Verzögerung ab; es sind diese Punkte die Beobachtungsgrenzen überhaupt; zur Construction der weiteren Curve sind, um ihre Form wiederzugeben, die in folgender Tabelle berechneten Werthe als Zähler, deren Nenner 1000000, benutzt:

	Reflect. Licht.				Wand rechts.			
	a	b	c	d	e	f	g	h
Reflex.- $\angle = 0^{\circ}$		5°	$9^{\circ}.5$	$15^{\circ}.5$	25°	35°	45°	55°
$\varphi = 170.5$		175.5	180	186	195.5	205.5	215.5	225.5
	2555	2084	1736	1348	866	485	208	26
— 808	— 978	— 1134	— 1348	— 1711	— 2163	— 2836	— 4575	
	1747	1106	602	0	— 845	— 1678	— 2628	— 4549

Die für die Reflexion an der linken Wand von 7° Neigung ermittelte Curve ist durch die berechneten Werthe in den Punkten $\alpha \beta \gamma \delta$ dargestellt, von welchen der Punkt γ der eigentlichen Beobachtung für den Werth $\varphi = 180^{\circ}$

dem Punkte der ersten Curve c entsprechen würde. Die Componenten des mittleren λ werden für die Richtung $\varphi = 180^\circ$:

$$\begin{aligned} &+ 0.001781 \\ &- 0.001163 \\ \text{also } \lambda &0.000618 \end{aligned}$$

Für verschiedene Richtungen erhält man in diesem Falle die folgende Zusammenstellung:

Reflex.- $\angle$ φ	Reflect. Licht.		Wand links.	
	α	β	γ	δ
$= 27^\circ$	17°	7°	0°	
$= 160$	170	180	187	
	3368	2626	1781	1426
	— 387	— 797	— 1163	— 1529
	2981	1829	618	— 103

Drittens enthält die Zeichnung behufs einer Vergleichung für den Fall, in welchem die Spaltöffnung auf 0.00168 gestellt ist, die Curve der Interferenz ABCDEFGHJ, wie sie durch directes Einfallen des Lichtes ohne Reflexion entstehen würde. Der oben durch die Beobachtung mit der Zahl 0.00432 für die Oeffnung nach dreimaliger Wiederkehr des gelben Lichtes, also mit 0.00144 für 1λ ermittelte Werth würde sich also auf den Punkt D beziehen, für welchen die zur Oeffnung 0.00168 gerechneten Componenten

$$\begin{aligned} &- 0.001836 \\ &+ 0.001199 \end{aligned}$$

sind, demnach das Resultat:

$$- 0.000637$$

einem etwas grösseren λ zugehörig sich ergeben muss. Bemerkenswerth ist, dass die Lage von D, als Verzögerung in den entsprechenden Punkten der beiden Curven aufgefasst, auf entgegengesetzter, also auf der rechten Spaltseite sich darstellt. Die in der dritten Curve zu Grunde gelegten Zahlen sind folgende:

φ	Directes Licht.				Wand rechts.				
	A	B	C	D	E	F	G	H	J
$= 150^\circ.5$	161°	$170^\circ.5$	180°	185°	190°	200°	$205^\circ.5$	$215^\circ.5$	
	6350	3659	2555	1836	1535	1271	823	614	292
	— 151	— 471	— 809	— 1199	— 1430	— 1685	— 2299	— 2738	— 3976
	6199	3188	1746	637	105	— 414	— 1476	— 2124	— 3684

Da die durch Reflexion an beiden Wänden entstandenen, correspondirenden Punkte γ und c fast gleichen Abstand von dem Anfangspunkt haben und diese Abstände im gleichen Sinne mit Veränderung der Neigung des Spiegels ziemlich ebenso grösser oder kleiner werden, so ist der Effect beider Erscheinungen nur eine Uebereinanderlagerung zweier ganz ähnlicher Spectren, die sich zu decken scheinen. Andererseits aber werden die von der Wand mit zwei Facetten entstehenden Bilder gegen die der anderen gehalten, eine nicht so einheitliche Er-

scheinung veranlassen, wie sie in der 6maligen Wiederholung zu Stande gekommen ist.

Zur genaueren Orientirung des Reflexions-Vorganges auf der linken Seite, wo die beiden Facetten vorhanden sind, denke man sich mit Bezug auf die Figur 2 Taf. IV die Facette ED zum Spalte verlängert und den dadurch auf der Spaltebene entstehenden Punkt α in folgender bildlichen Bezeichnung wiedergegeben:

$$\begin{array}{cccccc} 0.00 & 113 & 231 & 237 & & 466 \\ \dot{O} & \dot{\alpha} & \dot{\beta} & \dot{\gamma} & & \dot{\delta} \end{array}$$

Die Auflösung des Dreieckes $DO\alpha$, von dem die Seite $DO = 0.0322$ und die Winkel ($\angle D = 2^\circ$, $\angle O = 96^\circ$, $\angle \alpha = 82^\circ$) bekannt sind, ergibt die anderen Seiten $O\alpha = 0.00113$ und $D\alpha = 0.00323$. Wenn nun die Facette DO vollständig zur Reflexion bei senkrechtem Auffall der Strahlen (also $\angle \varphi = 180^\circ$) verwendet wird, so möge $O\beta$ die entsprechende Spaltöffnung sein, deren Grösse 0.00344 sich berechnen lässt aus dem Dreieck $DO\beta$, mit den bekannten Stücken $DO = 0.0322$, $\angle D = 6^\circ$ und $\angle O = 96^\circ$. Durch Verwendung der bekannten Werthe für $\angle p$, φ , ψ' und ψ'' erhält man für die λ -Quantität:

$$\begin{array}{r} + 0.003677 \\ - 0.002402 \\ \hline 0.001275 \end{array}$$

also von O an gerechnet etwas über zweimalige (2.3) Wiederholung des gelben Lichts. Oeffnet man weiter den Spalt, so bleiben einstweilen diese Spectren bestehen. Der Spalt muss mehr geöffnet werden, bis die Erscheinungen von der zweiten Facette ED ihren Anfang nehmen. Denn, trifft der in D unter 8° Neigung reflectirte Strahl nach γ , so folgt aus dem Dreieck $D\alpha\gamma$ mit den Daten, $D\alpha = 0.0323$, $\angle D = 8^\circ$ und $\angle \gamma = 74^\circ$, $\alpha\gamma = 0.00468$, also das Stück $\beta\gamma$, um welches weiter geöffnet werden muss, bis die neue Erscheinung auftritt, 0.00237 . Endlich möge der andere unter 8° auf E fallende Grenzstrahl nach δ reflectirt gelangen, dann ist im Dreieck $E\alpha\delta$ $E\alpha = 0.0645$, $\angle E = 8^\circ$, $\angle \delta = 74^\circ$ gegeben, also $\alpha\delta = 0.00334$, woraus $\gamma\delta = 0.00466$ folgt. Mit dieser die ferneren Spectren zur Ansicht bringenden Oeffnung erhalten wir aus den anderen, bekannten Daten die Summanden:

$$\begin{array}{r} + 0.004894 \\ - 0.003197 \\ \hline 0.001697 \end{array}$$

also 3 λ Wiederholungen. Das Resultat dieser Untersuchung ist daher kurz gefasst folgendes: Bei Eröffnung des Spaltes beginnen Spectren sich zu zeigen, welche die Zahl 2—3 erreichen mit der Oeffnung 0.00344 . Weiter bis 0.00581 wird ohne Effect gedreht. Dann zeigen sich die neuen Spectren, deren Zahl 3 ist, wenn die Oeffnung den Werth 0.01047 erreicht. Hiermit hat die Erscheinung ihren Schluss erreicht. Die andere, rechte Spaltwandung hatte bei 6maliger Wiederkehr die sehr nahe gleiche Grösse 0.01008 ergeben.

In dem Buche „Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes, Deutsche Bearb. von K. Exner“ pag. 137 und 138 findet sich über die Erscheinungen, welche die schmalsten Oeffnungen hervorbringen, folgende ganz kurze Interpretation: „Treibt man die Reduction der Oeffnung auf's Aeusserste, so dass die Differenz der Distanzen eines beleuchteten Punktes von zwei beliebigen Punkten der Oeffnung nur einen geringen Bruchtheil einer halben Wellenlänge beträgt, so werden die von den einzelnen Punkten der Oeffnung auf die beleuchteten Punkte übertragenen Bewegungen stets in Uebereinstimmung der Phase stehen und sich verstärken. Es entsteht eine Diffusion des Lichtes nach allen Richtungen, welche gegen die Ebene des Schirmes nicht zu sehr geneigt sind. Ist nur eine Dimension der Oeffnung sehr gering, hat man also eine enge Spalte, so findet die Diffusion senkrecht zur Richtung der Spalte statt. Verengert man eine Spaltöffnung allmählich, so entsteht unmittelbar vor der gegenseitigen Berührung der Ränder der Oeffnung eine sehr sichtbare Diffusion des früher scharf begrenzten Lichtbildes. Es ist begreiflich, dass die eben besprochenen Erscheinungen nicht von der absoluten Grösse der Oeffnung allein abhängen, sondern auch von der Entfernung des beleuchteten Punktes. Nimmt diese zu, so nimmt die Zahl der in der Oeffnung enthaltenen Elementarzonen ab, und es werden die Erscheinungen der Diffraction um so sichtbarer sein, in je grösserer Entfernung vom Schirm sie beobachtet werden. Eine wichtige Consequenz des Vorhergehenden ist, dass den Lichtstrahlen keine physikalische Existenz zukommt. Wenn man, um einen Lichtstrahl zu isoliren, die Oeffnung verkleinert, so langt man bei einer schliesslichen Diffusion des Lichtes nach allen Richtungen an. Die Versuche mancher Physiker, einen Lichtstrahl zu isoliren, blieben stets fruchtlos, so eifrig sie auch betrieben wurden. (Poisson soll in seiner letzten Krankheit oft die Worte wiederholt haben: „J'avais trouvé un filet de lumière“).“

Diese Darstellung klingt sehr apodictisch und ist wenig ermuthigend für Wiederholung der Versuche. Publikationen über die äusserste Erscheinung habe ich nicht finden können. Denn, was in dem bibliographischen Theile des angeführten Buches über Diffusion (pag. 159) mitgetheilt ist, und zwar aus Fresnel's Gesamttwerken 5 Citate, und von Hankel, Dove, Rood je eins, bezieht sich auf den Uebergang des weissen Lichtes in die gelbe, orange und rothe Farbe, welcher durch Reflexion beim schiefen Einfall der Strahlen an rauhen Flächen beobachtet wird. Man vermisst näheres Detail und vor allem über die Modifikation der Erscheinung durch die Polarisation. Was die Einführung des Begriffes, „sehr sichtbare Diffusion“ betrifft, so möchte ich, wenn derselbe überhaupt gewahrt werden soll, ihn ebenso für die Erscheinungen bei weiterer Oeffnung geltend machen. Das eigentliche Phänomen wird von zwei Umständen alterirt. Einmal ist es unmöglich, in einer einzigen Richtung genügend Licht auffallen zu lassen, man hat es immer mit einer grösseren oder kleineren Ausbreitung zu thun; und zweitens üben die Unebenheiten der Schärfe, welche auch beim vollkommensten Apparat sich nicht ganz beseitigen lassen werden, ihren Einfluss. Durch Stellung des Microscopes ausserhalb des Brenn-

punktes erlangt das Auge, wenn auch auf Kosten der Intensität, eine bessere Uebersicht der Farbennuancen der Spectren, deren Zahl mit Grösserwerden der Oeffnung sich steigert. Die Randunebenheiten geben bei grösserer Oeffnung eine sehr viel geringere Mischung der Farben, als die Ausbreitung der Lichtquelle verursacht, und wollte man letztere durch Benutzung des Hohlspiegels noch vermehren, so würde, wie der Versuch bestätigt, der Gang der Spectren kaum mehr unterschieden werden können. Bei den engsten Oeffnungen dagegen sind die Unebenheiten von erhöht störender Wirkung auf die Reinheit der Farbennuancen, während die Interferenzunterschiede in allen nur möglichen Lichtrichtungen nur mit einem kleinen Bruchtheil einer Wellenlänge über und unter dem Mittel der Hauptrichtung sich geltend machen, so dass man ohne Sorge um die Mischung den Hohlspiegel brauchen kann. Bei grösserer Vollkommenheit des Spaltes hinsichts dieser Unebenheiten würden noch feinere Abstufungen des blauen und violetten Lichtes sich ergeben, als in unserem gegenwärtigen Falle möglich gewesen. Wie ich den Vorgang durch Hinzuziehung der Polarisation auffasse, handelt es sich bei engster wie bei weiterer Oeffnung um Diffractionerscheinungen. Unbekannt mit den näheren Umständen, unter welchen andere Beobachter sich befunden haben, erlaube ich mir kein Urtheil auszusprechen, indem ich der Möglichkeit gedenke, dass zu weit getriebene Politur der Schärfen diese in ihrer Form schädigt, und vermöge abgerundet cylindrischer Gestalt das gewöhnliche, unpolarisirt auffallende Licht durch Reflexion zu grösserer Verbreitung veranlasst wird. Durch ausführliche Darstellung der angestellten Beobachtungen habe ich kompetenter Seite die Entscheidung leichter zu machen gestrebt.

Auch in Bezug auf die Diffusion bei Reflexion an unpolirten Flächen ist über die Beeinflussung durch die Polarisation keine Beobachtung von den genannten Autoren erwähnt. Die betreffende Erscheinung ist folgende: Fällt auf eine mattgeschliffene Glasplatte unter sehr schiefe Winkel Licht, so wird es wie von einem Spiegel zurückgeworfen. Das ursprünglich weisse Licht verwandelt sich, wenn man nach und nach die schiefe Incidenz vermindert, in gelbes und oranges und bei einem gewissen Grenzwinkel in rothes Licht, worauf Undeutlichkeit eintritt. Diese Beobachtung hatte schon Fresnel gemacht und ihre Erklärung dahin gefasst, dass von der Summe der Lichtstrahlen die mit längerer Welle, also die rothen, regelmässig reflectirt werden, während die kürzeren Wellen durch die Unregelmässigkeit der Oberfläche Zerstörung erfahren. Hankel und Dove prüften die Fresnel'sche Erklärung weiter, und ersterer suchte sie dadurch zu erhärten, dass er zeigte, dass der Grenzwinkel für den Eintritt der längeren Wellen um so eher vorkommt, je gröber der Schliff ist. Endlich experimentirte Rood mit berussten, polirten Glasplatten und beobachtete den Grenzwinkel für das Verschwinden des rothen Lichtes, um vermöge der bekannten Wellenlänge die mittlere Grösse der Russtheilchen zu ermitteln. Folgende kurze Bemerkungen erlaube ich mir zuzufügen.

Die vorliegende Erscheinung hängt mit der oben angeführten Beobachtung der einseitigen Spectren zusammen, welche an nicht gut polirten schmalen Flächen in der Spiegelung bei einem gewissen Grenzwinkel am lebhaftesten auftreten.

Wenn man von einer matten Glasfläche durch Spiegelung gelbes, oranges und rothes Licht empfängt, so geht das gelbe schon etwas früher in oranges, und das orange in rothes Licht über, indem man das Nicol'sche Prisma mit der Polarisations-Ebene senkrecht zur Einfall-Ebene vor das Auge bringt, und der Schimmer der auf der Glasfläche ausgebreiteten Zerstreuung verschwindet besser. Die Stellung der Polarisations-Ebene in die Einfall-Ebene ruft keine wesentliche Aenderung des Lichtes hervor. Dieselbe Erscheinung wird auch an Wachsfächen wahrgenommen. Die Verwandlung in gelbes und rothes Licht bei der Brechung unter schiefe Auffall an rauhen Glasflächen bleibt, wenn man polarisirt, constant, nur der zerstreute Schimmer fällt mit Drehung der Polarisations-Ebene in die Einfall-Ebene mehr weg.

Berusste Flächen zeigen bei Reflexion unter schiefer Incidenz keine Aenderung durch die Polarisation.

Wenn man von einer nicht gut polirten Facette Sonnenlicht reflectiren lässt, so werden die Spectren bei Polarisations-Betrachtung senkrecht zur Einfall-Ebene weiter, als ohne Polarisation, im anderen Polarisations-Verhältniss enger. Die nach dem Vorhergehenden beobachteten grösseren Wellen werden demnächst auch das Zustandekommen weiterer Spectren bewirken. Das Material, woraus die Facette gemacht ist, äussert noch andere charakteristische Verschiedenheiten, welche bei Metallen auf elliptische Polarisation zurückzuführen sind. Bei Messing tritt im erstgenannten Polarisations-Zustande eine tief gelbe Färbung (im anderen Zustande mehr blau) auf, während bei Glas und besonders bei Stahl das intensiv weisse Licht sehr geschwächt wird. Es ist nun allerdings schwer zu bestimmen, ob die Facette plan ist. Wird sie absichtlich etwas convex geschliffen, so kann jene erweiterte Stellung der Spectren sich bedeutend steigern, und eine fixirte Spectralstelle, wie es scheint, auf einige Grade verschoben werden, je nach den Umständen, die die Convexität, die Breite der Facette und den Incidenzwinkel angehen. Für die letztere Erscheinung ist demnach die Facette nicht in ihrer vollen Breite der Herd des Lichtausganges, sondern ein Theil derselben, und zwar derjenige, welcher der Lichtquelle zunächst sich befindet, da nach dieser Richtung längere Wellen beobachtet werden. Durch das Prisma in der andern Lage, wonach Polarisations- und Einfall-Ebene parallel sind, erscheint dagegen die Wirkung der volleren Facette. Da die Vorstellung der Interferenz der für die Erleuchtung der weiteren Parthie in Betracht kommenden, schiefen Strahlen in dem Sinne, dass ihre Vibrations-Ebene senkrecht zur Einfall-Ebene liegt, leichter ist, als im entgegengesetzten Sinne, so würde die Beobachtung für die Fresnel'sche Ansicht sprechen.

Einen leicht anzustellenden Versuch erhält man dadurch, dass man die Sonnenstrahlen an einer dicken, polirten Nähnadel reflectiren lässt. Weniger

intensiv sieht das weisse continuirliche Lichtband bei Polarisations-Ebene senkrecht zur Einfall-Ebene aus. Reibt man nun die Politur ein wenig mit Schmirgel ab, so gewinnt man in demselben Polarisations-Zustande eine Anzahl farbiger Spectren durch die einzelnen Facetten der Nadel hervorgebracht, während im Zustande der entgegengesetzten Polarisation das intensive, natürliche Licht noch bleibt.

Die äusserste Erscheinung, die ich an den schmalsten Facetten von Messing wahrnehmen konnte, war die Verwandlung des continuirlichen weissen Lichtbandes, bei gewöhnlichem, unpolarisirten Lichte, in continuirliches Orangelicht in der Lage der Polarisations-Ebene senkrecht zur Einfall-Ebene, und in continuirliches blaues Licht im zweiten Falle. Bei Stahl dagegen wurde die umgekehrte Folge eines bläulichen und gelblichen Farbentones bemerkt.

Die beobachtete Schwächung des Lichtes bei Metallen, vornehmlich bei Stahl, entspricht dem von Neumann entdeckten Grundsatz, dass die Intensität der reflectirten Strahlen, welche zur Einfall-Ebene senkrechte Polarisation haben, am kleinsten wird, wenn der Einfall-Winkel mit dem Polarisations-Winkel übereinstimmt.

Fig. 4.



Fig. 2.

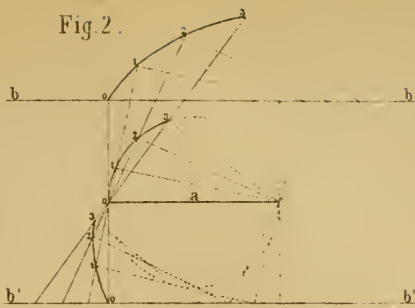


Fig. 1.

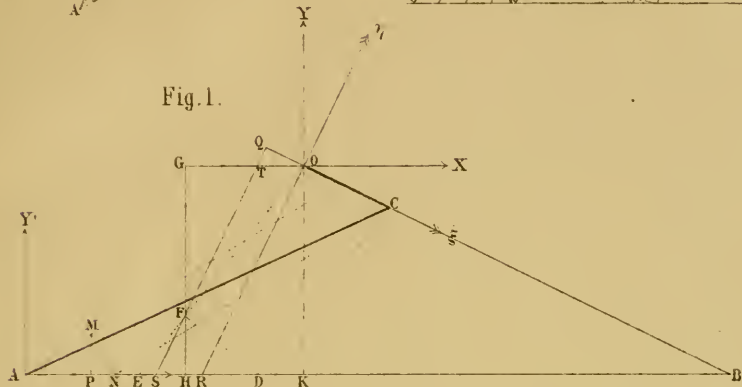


Fig. 3.

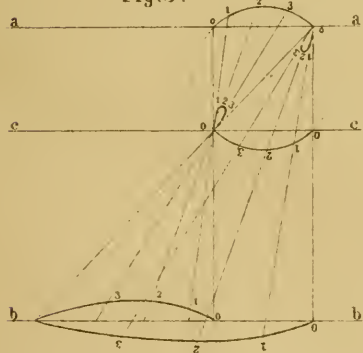


Fig. 8.

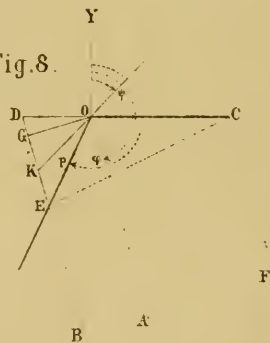


Fig. 7.



Fig. 5.

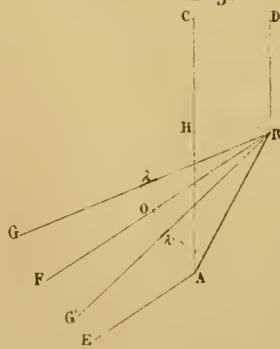


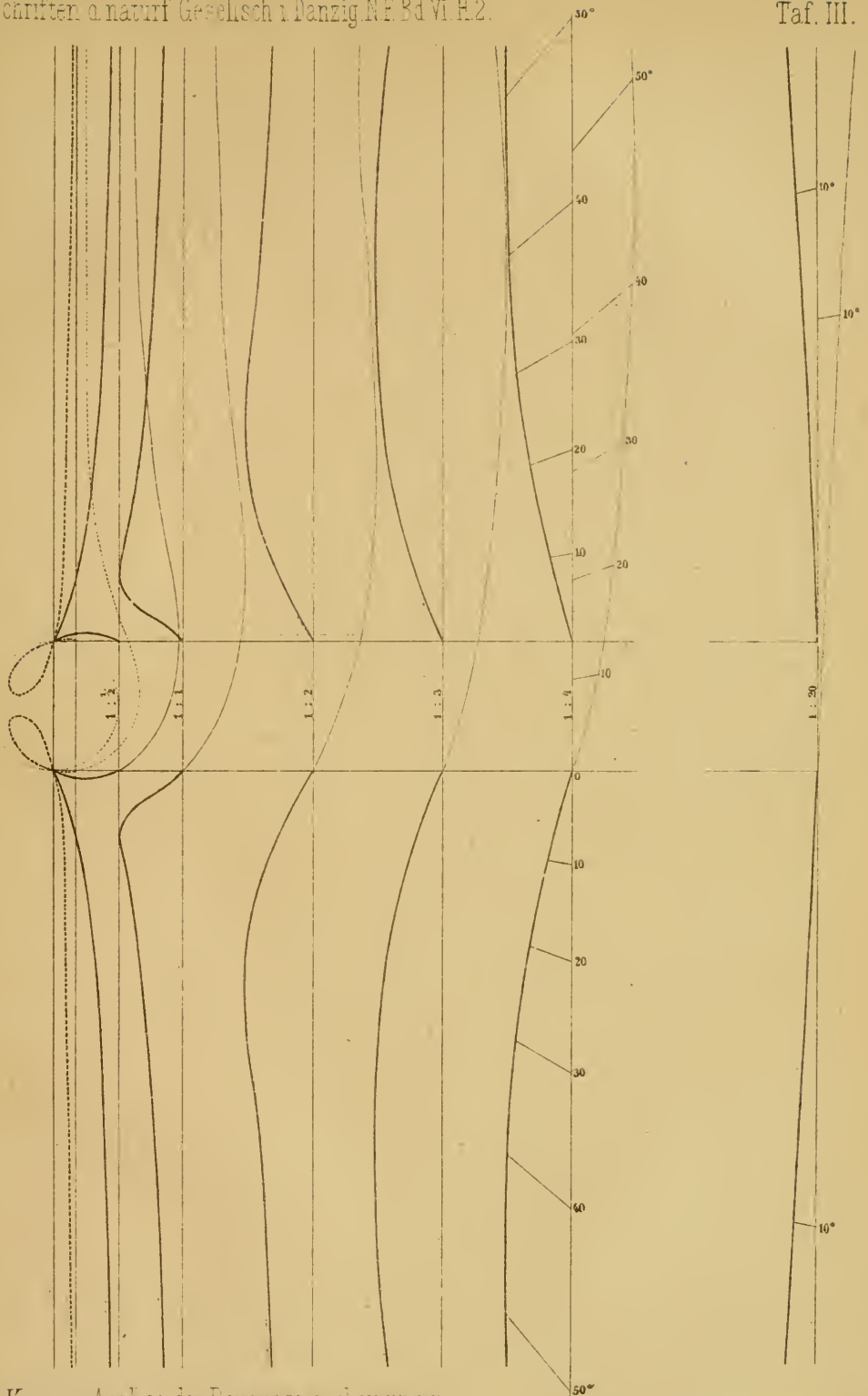
Fig. 6.



Sch

M

E.I



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Schriften der Naturforschenden Gesellschaft Danzig](#)

Jahr/Year: 1885

Band/Volume: [NF_6_2](#)

Autor(en)/Author(s): Kayser Emanuel

Artikel/Article: [Analyse der Beugungserscheinungen, welche durch einen Spalt entstehen. 286-319](#)