FLORA.

58. Jahrgang.

№ 8. Regensburg, 11. März 1875.

Inhalt. Julius Wiesner: Bemerkungen über rationale und irrationale Divergenzen. — O. Böckeler: Ein Beitrag zur Kenntniss der Cyperaceen-Flora Neuholland's und einiger polynesischer Inseln. (Schluss.) — Literatur.

Bemerkungen über rationale und irrationale Divergenzen.

Von Julius Wiesner.

Schon vor Jahren begann ich eine grössere, die das Pflanzenreich beherrschenden Symmetriegesetze betreffende Untersuchung, deren Fortsetzung vielfache Unterbrechungen erlitt. In jener Arbeit suchte ich einige bis jetzt weniger gekannte aber doch wichtige, die symmetrische Vertheilung von Geweben und Organen betreffende Verhältnisse eingehend zu erörtern, aber auch einige auf das Zustandekommen, den Zusammenhang und die physiologische Bedeutung der Blattstellungsverhältnisse bezügliche Fragen zu lösen. Es wird mir hoffentlich in nicht allzuferner Zeit gegönnt sein, jene Arbeit zum Abschluss zu bringen; einstweilen sei es mir erlaubt, einige wenige Bemerkungen theoretischer Natur über rationale und irrationale Divergenzen zu veröffentlichen.

So sehr die gegenwärtigen Bestrebungen gebilligt werden müssen, die Blattstellungsverhältnisse nicht nur an fertigen Zuständen zu studiren, sondern auch bis in die ersten Anlagen zurückzuverfolgen, was bekanntlich von den Begründern der Blattstellungslehre vernachlässigt wurde; so wenig erfreulich erscheint

Universitätsbibliothek Regensburg urn:nbn:de:bvb:355-ubr03641-0115-1

es zu sehen, dass von vielen betheiligten Seiten die Bestrebungen A. Braun's und der Brüder Bravais, einen Einblick in den mathematischen Zusammenhang der Blattstellungsverhältnisse zu gewinnen, unberücksichtigt bleiben, oder ihnen eine tiefere wissenschaftliche Berechtigung abgesprochen wird.

So hat z. B. Sachs in seinem gewiss in vielen Beziehungen ausgezeichnetem Lehrbuch der Botanik[1]) folgende Bemerkung gemacht:

„Mit der Spiraltheorie . . . . . hängt eine andere, ungemein sonderbare Vorstellungsweise der Divergenzen nahe zusammen. Man glaubte nämlich eine Art Naturgesetz zu finden, indem man bemerkte, dass einige der am häufigsten vorkommenden constanten Divergenzen $^1/_2$, $^1/_3$, $^2/_5$, $^3/_8$, $^5/_{13}$ und manche seltner vorkommende wie $^8/_{21}$, $^{13}/_{34}$, $^{21}/_{55}$, $^{55}/_{144}$ sich als Partialwerthe des Kettenbruches

$$^1/_2 + \cfrac{1}{^1/_1 + \cfrac{1}{^1/_1 + \ldots\ldots}}$$

darstellen lassen. Wäre es nun möglich, sämmtliche Blattstellungen ohne Ausnahme auf diese Weise durch einen einzigen Kettenbruch in Verbindung zu setzen, so hätte man wirklich eine Art Naturgesetz, dem freilich jede causale Beziehung fehlt, welches daher wie ein unerklärtes Wunder dastehen würde . . "

Dass es wissenschaftlich berechtigt ist, nach einem mathematischen Zusammenhange der empirisch ermittelten Glieder der Divergenzreihen zu suchen, bedarf wohl keiner Begründung. Es handelt sich nun in diesen Zeilen zunächst darum, festzustellen, ob die Kettenbrüche für den Einblick in den Zusammenhang der Divergenzreihen etwas leisten oder nicht.

Will man ein Blattstellungsverhältniss characterisiren, so geschieht dies entweder durch Angabe der Divergenz, oder, wenn es sich nicht genau ermitteln lässt, durch Bezeichnung der Grenzwerthe, innerhalb welcher es eingeschlossen ist, oder durch Hinweis auf die Divergenzreihe, der es angehört, oder endlich durch Bezeichnung des Kettenbruches, aus welchem es ableitbar ist. Ob ich beispielsweise sage, ein gewisses Stellungsverhältniss liegt zwischen $^1/_2$ und $^1/_3$ oder, es gehört

---

1) 3. Aufl. p. 186 ff.

Universitätsbibliothek Regensburg urn:nbn:de:bvb:355-ubr03641-0116-7

der Reihe $^1/_2$, $^1/_3$, $^2/_5$ . . . . . an, oder, es lässt sich aus dem Kettenbruche

$$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+}}} \quad \ldots \text{herleiten, ist in Be-}$$

zug auf Bequemlichkeit des Ausdruckes wohl einerlei.

Nun giebt es aber keine präcisere mathematische Zusammenfassung aller Divergenzen einer Reihe als die durch die Kettenbrüche gegebene, warum soll diese klare Beziehung nicht hervorgehoben werden. Aber auch der Umstand, dass die auf einanderfolgenden Näherungswerthe jedes beliebigen Kettenbruches abwechselnd grösser und kleiner sind als die ganze Summe desselben und die ersteren der letzteren sich continuirlich nähern, eine Eigenthümlichkeit, welche die Divergenzreihen auf's schärfste characterisirt und ihr wahres Wesen ausmacht, zwingt uns, in einer wissenschaftlich begründeten Blattstellungslehre die Beziehungen der Divergenzreihen zu den Kettenbrüchen darzulegen.

Das Naturgesetzliche in der Vertheilung der Blätter und anderer an Pflanzenaxen seitlich auftretenden Organe scheint mir desshalb in den den einzelnen Divergenzreihen zu Grunde liegenden Kettenbrüchen den schärfsten Ausdruck zu finden und zwar ganz unabhängig davon, ob jede Divergenzreihe ihren eigenen Kettenbruch erfordert, oder ob alle Divergenzen sich auf einen Kettenbruch zurückführen lassen.

Immerhin dürfte es aber von Interesse sein zu erfahren, dass eine Zusammenfassung aller constanten Divergenzen in einen einzigen Kettenbruch, durchführbar ist. Ich finde nämlich, dass dieselben sich als Näherungswerthe, beziehungsweise als Summe des unendlichen Kettenbruches

$$\cfrac{1}{z+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+}}} \quad \ldots \ldots$$

darstellen lassen, wobei z eine ganze Zahl oder ein unechter Bruch ist.

Dieser Kettenbruch als Ausdruck für die Stellungsverhältnisse mit constanter Divergenz steht nicht ohne causale Beziehung da. Er lehrt uns eben den Wechsel der Divergenzgrösse in den aufeinander folgenden Gliedern der daraus ableitbaren Reihen, die schon durch die beiden ersten Näherungswerthe des Kettenbruchs bestimmten Grenzen der in jeder Reihe überhaupt möglichen Stellungsverhältnisse und endlich die Constanz der Divergenz, auf welcher im Grunde das ganze Wunder der Blattstellungsverhältnisse beruht.

(Schluss folgt.)

Universitätsbibliothek Regensburg
urn:nbn:de:bvb:355-ubr03641-0117-3

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Flora oder Allgemeine Botanische Zeitung

Jahr/Year: 1875

Band/Volume: 58

Autor(en)/Author(s): Wiesner Julius

Artikel/Article: Bemerkungen über rationale und irrationale Divergenzen 113-115